|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ BÀ RỊA VŨNG TÀU** | **đề ÔN THi tốt nghiệp thpt năm 2025-ĐỀ 2**  **MÔN: TOÁN** |

**PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**Câu 1.** Họ nguyên hàm của hàm số: là

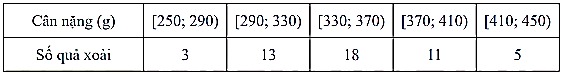
**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 2.** Cho hàm số liên tục trên . Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số , trục hoành và hai đường thẳng  cho bởi công thức

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 3.** Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài cát Hòa Lộc được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường như sau.



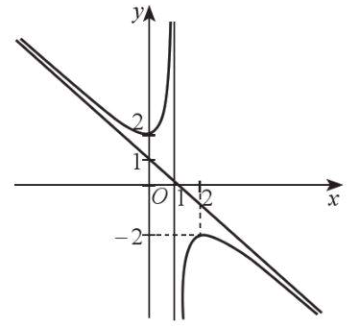
Khoảng tứ phân vị của mẫu thống kê trên là

**A.**  **B.**  **C.** . **D.** 

**Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  đường thẳng  đi qua điểm nào dưới đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 5.** Đường cong như hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 6.** Nghiệm của bất phương trình  là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 7.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  mặt phẳng đi qua điểm  và có một vectơ pháp tuyến  có phương trình là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 8.** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông, cạnh bên  vuông góc với đáy  Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 9.** Nếu  thì bằng

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 10.** Cho cấp số cộng  biết công sai Tổng  số hạng đầu của cấp số cộng đó là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 11.** Cho hình lập phương  cạnh Khi đó  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 12.** Cho hàm số  liên tục trên và có bảng biến thiên như sau

Ảnh có chứa hàng, biểu đồ

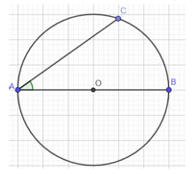
Mô tả được tạo tự động

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI**

**Câu** **1.** Một khu du lịch sinh thái đang khai thác dịch vụ chèo thuyền và ngắm cảnh ven hồ. Hồ nước có dạng hình tròn tâm , bán kính bằng và tại hai vị trí  đối xứng nhau qua  người ta xây dựng nơi bán vé vào và nơi kết thúc thăm quan. Du khách sẽ được sử dụng dịch vụ chèo thuyền từ vị trí  đến vị trí trên bờ hồ và sẽ có xe chở ngắm cảnh từ vị trí  men theo bờ hồ đến nơi kết thúc . Biết rằng vận tốc chèo thuyền là  mỗi phút và vận tốc xe chạy ngắm cảnh là mỗi phút. Gọi (radian) là số đo góc .

****

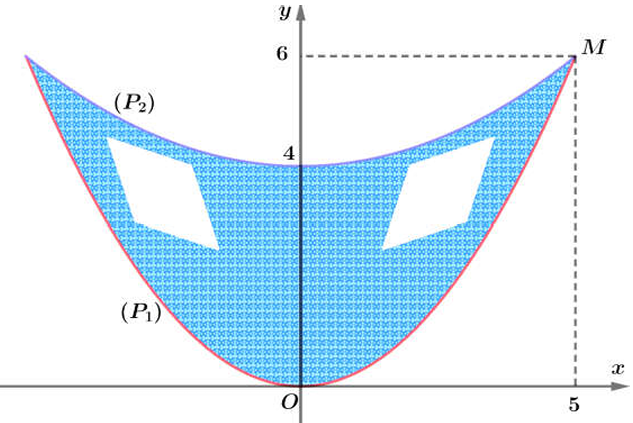
a) Khi  thời gian đi từ  đến  là  phút.

b) Quãng đường xe chở người đi ngắm cảnh là ( mét).

c) Thời gian đi từ  đến  là  (phút).

d) Thời gian xe đi từ  đến  luôn ít hơn 22 phút 30 giây với mọi cách chọn từ vị trí điểm .

**Câu 2: [NB-TH-TH-TH]** Để tham gia lễ hội hóa trang, bạn An dự định làm một chiếc mặt nạ nửa mặt bằng chất liệu giấy cứng. Hình dạng của chiếc mặt nạ được bạn thiết kế trên mặt phẳng tọa độ , là phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường parabol  lần lượt có đỉnh là gốc tọa độ  và điểm có tọa độ , cùng nhận trục  làm trục đối xứng và cùng đi qua điểm . Mỗi đơn vị trên các trục tọa độ có độ dài 3 cm . Sau đó, bạn vẽ hai hình thoi bằng nhau có độ dài các đường chéo là  và  để khoét làm mắt.



**a)** Diện tích hai hình thoi được khoét để làm mắt là: .

**b)** Phương trình của parabol  và phương trình của parabol .

**c)** Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi  và  là:  (đơn vị diện tích).

**d)** Diện tích giấy được bạn An sử dụng để làm chiếc mặt nạ này là .

**Câu 3.** Trong một trường THPT tỷ lệ học sinh nữ là . Tỷ lệ học sinh nữ và học sinh nam tham gia CLB Toán học lần lượt là:  và . Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường. Xét các biến cố: A là biến cố “Học sinh được chọn là học sinh nữ”, B là biến cố “Học sinh được chọn tham gia CLB Toán học”.

a) Xác suất chọn được học sinh là nữ là: 

b) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học, biết rằng học sinh đó là nam, là: 

c) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học là: 

d) Khi mộ bạn tham gia CLB Toán thì xác suất bạn đó là nữ là: (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  cho điểm  và đường thẳng  Một mặt phẳng  thay đổi chứa 

**a)**  nhận véc tơ  làm một véc tơ chỉ phương.

**b)** Mặt phẳng qua  và vuông góc với  có phương trình là 

**c)** Điểm  là hình chiếu vuông góc của  lên đường thẳng 

**d)** Khi khoảng cách từ điểm  đến mặt phẳng  đạt giá trị lớn nhất thì  đi qua gốc tọa độ 

**PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN**

**Câu** **1.** Cho hình chóp  có đáy là hình vuông, tam giác  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ  đến mặt phẳng  bằng . Tính thể tích  của khối chóp .

**Câu 2.** Bạn Nam cần thiết kế hai dụng cụ học tập A và B; Mỗi dụng cụ học tập A cần 9 giờ công để chế tạo và 1 giờ công để hoàn thiện. Mỗi dụng cụ học tập B cần 12 giờ công để chế tạo và 3 giờ công để hoàn thiện. Thời gian làm dụng cụ học tập tối đa ở các khâu chế tạo và hoàn thiện lần lượt là 180 giờ và 30 giờ. Bạn Nam kiếm được lợi nhuận 80 nghìn đồng trên mỗi mẫu A và 120 nghìn đồng trên mỗi mẫu B; Bạn Nam cần lên kế hoạch thiết kế số lượng dụng cụ học tập mỗi loại sao cho lợi nhuận thu được là cao nhất trong thời gian cho phép. Hỏi số tiền (nghìn đồng) bạn Nam có được là bao nhiêu?

**Câu 3.** Tại một sân bay, người ta chọn hệ tọa độ  có gốc  tại vị trí chân của đài quan sát, mặt phẳng  trùng với mặt sân bay (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính theo kilomét). Trên màn hình Rađa người ta quan sát một máy bay đang hạ cánh theo đường thẳng từ vị trí  đến vị trí và tiếp đất tại vị trí . Hỏi vị trí tiếp đất của máy bay cách chân đài quan sát bao nhiêu kilômét? (kết quả làm tròn một chữ số thập phân)

A long shot of a tower

AI-generated content may be incorrect.

**Câu 4.** Một chiếc tạ tay có hình dạng gồm 3 khối trụ, trong đó hai khối trụ ở hai đầu bằng nhau và khối trụ làm tay cầm ở giữa. Gọi khối trụ làm đầu tạ là  và khối trụ làm tay cầm là lần lượt có bán kính và chiều cao tương ứng là , , ,  thỏa mãn ,  (tham khảo hình vẽ bên).

A diagram of a circular object

Description automatically generated

Biết rằng thể tích của khối trụ tay cầm  bằng  và chiếc tạ làm bằng inox có khối lượng riêng là . Hỏi khối lượng của chiếc tạ tay bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Câu 5.** Một nhà địa chất học đang ở điểm  trên sa mạc. Anh ta muốn đến điểm  và cách  một đoạn là . Trong sa mạc thì xe anh ta chỉ có thể di chuyển với vận tốc là . Nhà địa chất phải đến địa điểm  sau 2 giờ. Vì vậy, nếu anh ta đi từ  đến  sẽ không thể đến đúng giờ được. May mắn thay, có một con đường nhựa song song với đường nối  và  và cách  một đoạn . Trên đường nhựa đó thì xe nhà địa chất này có thể di chuyển với vận tốc . Thời gian ngắn nhất để nhà địa chất di chuyển từ  đến  là bao nhiêu phút?



**Câu 6.** Một thùng thăm đựng 50 thẻ giảm giá cho nhân viên có kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 thẻ xanh và 20 thẻ trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một thẻ, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một thẻ nữa. Tính xác suất để lấy được một thẻ xanh ở lần thứ nhất và một thẻ trắng ở lần thứ hai? (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

🙢 **HẾT** 🙠

**BẢNG ĐÁP ÁN**

**Phần 1: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1.D** | **2.A** | **3.C** | **4.A** | **5.C** | **6.B** | **7.B** | **8.B** | **9.B** | **10.B** | **11.C** | **12.D** |

**Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **1** | **2** | **3** | **4** |
| **a)** | **Đ** | **Đ** | **Đ** | **Đ** |
| **b)** | **Đ** | **Đ** | **Đ** | **Đ** |
| **c)** | **Đ** | **S** | **Đ** | **Đ** |
| **d)** | **S** | **S** | **S** | **Đ** |

**Phần 3: Trắc nghiệm trả lời ngắn**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **Đáp án** | 1,5 | 1680 | 14,1 | 3,93 | 116 | 0,24 |

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

**PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN**

**Câu 1.** Họ nguyên hàm của hàm số: là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

Ta có .

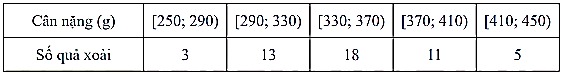
**Câu 2.** Cho hàm số liên tục trên . Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số , trục hoành và hai đường thẳng  cho bởi công thức

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

Ta có .

**Câu 3.** Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài cát Hòa Lộc được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường như sau.



Khoảng tứ phân vị của mẫu thống kê trên là

**A.**  **B.**  **C.** . **D.** 

**Lời giải**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Cân nặng (g) |  |  |  |  |  |
| Số quả xoài |  |  |  |  |  |
| Tần số tích luỹ |  |  |  |  |  |

Ta có  nên  thuộc nhóm  do đó 

Ta có  nên  thuộc nhóm  do đó 

Do đó .

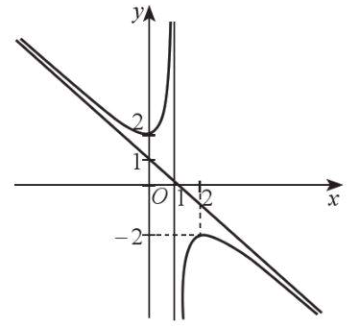
**Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  đường thẳng  đi qua điểm nào dưới đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Ta có điểm  thuộc đường thẳng .

**Câu 5.** Đường cong như hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

Dựa vào đồ thị ta có tiệm cận xiên  do đó  suy ra loại A, B.

và đồ thị hàm số đi qua điểm  nên chọn C. 

**Câu 6.** Nghiệm của bất phương trình  là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

Ta có .

**Câu 7.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  mặt phẳng đi qua điểm  và có một vectơ pháp tuyến  có phương trình là

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

Mặt phẳng đi qua điểm  và có một vectơ pháp tuyến  có phương trình là



.

**Câu 8.** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông, cạnh bên  vuông góc với đáy  Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

****

( vì ;  nên .

**Câu 9.** Nếu  thì bằng

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

.

**Câu 10.** Cho cấp số cộng  biết công sai Tổng  số hạng đầu của cấp số cộng đó là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

Tổng  số hạng đầu của cấp số cộng đó là .

**Câu 11.** Cho hình lập phương  cạnh Khi đó  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

.

**Câu 12.** Cho hàm số  liên tục trên và có bảng biến thiên như sau

Ảnh có chứa hàng, biểu đồ

Mô tả được tạo tự động

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

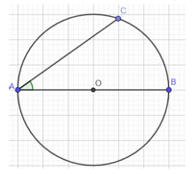
**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm .

**PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI**

**Câu 1.** Một khu du lịch sinh thái đang khai thác dịch vụ chèo thuyền và ngắm cảnh ven hồ. Hồ nước có dạng hình tròn tâm , bán kính bằng và tại hai vị trí  đối xứng nhau qua  người ta xây dựng nơi bán vé vào và nơi kết thúc thăm quan. Du khách sẽ được sử dụng dịch vụ chèo thuyền từ vị trí  đến vị trí trên bờ hồ và sẽ có xe chở ngắm cảnh từ vị trí  men theo bờ hồ đến nơi kết thúc . Biết rằng vận tốc chèo thuyền là  mỗi phút và vận tốc xe chạy ngắm cảnh là mỗi phút. Gọi (radian) là số đo góc .

****

a) Khi  thời gian đi từ  đến  là  phút.

b) Quãng đường xe chở người đi ngắm cảnh là ( mét).

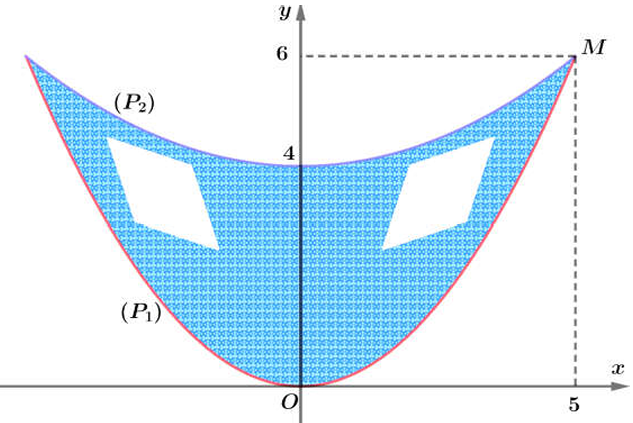
c) Thời gian đi từ  đến  là  (phút).

d) Thời gian xe đi từ  đến  luôn ít hơn 22 phút 30 giây với mọi cách chọn từ vị trí điểm .

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| 1 | **Giải chi tiết( giải thích)** |
| a) Đúng | Khi  thì người đó chèo thuyền thẳng từ  đến  với quãng đường  nên thời gian đi từ  đến  sẽ là  phút. |
| b) Đúng | Quãng đường xe chở người đi ngắm cảnh là độ dài cung  (mét) |
| c) Đúng | Quãng đường  dài là .  Thời gian đi từ  đến  là  ( phút).  Thời gian đi từ  đến  là  ( phút).  Thời gian đi từ  đến  là  ( phút). |
| d) Sai | Do  Hay . Vậy với mọi cách chọn vị trí điểm thì thời gian đi từ  đến  luôn nhỏ hơn  phút. |

**Câu 2: [NB-TH-TH-TH]** Để tham gia lễ hội hóa trang, bạn An dự định làm một chiếc mặt nạ nửa mặt bằng chất liệu giấy cứng. Hình dạng của chiếc mặt nạ được bạn thiết kế trên mặt phẳng tọa độ , là phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường parabol  lần lượt có đỉnh là gốc tọa độ  và điểm có tọa độ , cùng nhận trục  làm trục đối xứng và cùng đi qua điểm . Mỗi đơn vị trên các trục tọa độ có độ dài 3 cm . Sau đó, bạn vẽ hai hình thoi bằng nhau có độ dài các đường chéo là  và  để khoét làm mắt.



**a)** Diện tích hai hình thoi được khoét để làm mắt là: .

**b)** Phương trình của parabol  và phương trình của parabol .

**c)** Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi  và  là:  (đơn vị diện tích).

**d)** Diện tích giấy được bạn An sử dụng để làm chiếc mặt nạ này là .

**Lời giải**

a) Đúng.

Diện tích hai hình thoi bằng  .

b) Đúng

Gọi  

Vì trục  làm trục đối xứng nên .

Vì  nên 

Do đó .

Gọi  , tương tự 

Vì  nên 

Vậy 

c) Sai.

Vì mặt nạ đối xứng qua  nên ta có: 

d) Sai.

Diện tích giấy là  .

**Câu 3.** Trong một trường THPT tỷ lệ học sinh nữ là . Tỷ lệ học sinh nữ và học sinh nam tham gia CLB Toán học lần lượt là:  và . Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường. Xét các biến cố: A là biến cố “Học sinh được chọn là học sinh nữ”, B là biến cố “Học sinh được chọn tham gia CLB Toán học”.

a) Xác suất chọn được học sinh là nữ là: 

b) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học, biết rằng học sinh đó là nam, là

c) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học là: 

d) Khi mộ bạn tham gia CLB Toán thì xác suất bạn đó là nữ là: (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **a** | **b** | **c** | **D** |
| **Đúng** | **Đúng** | **Đúng** | **Sai** |

**a)** Xác xuất chọn được học sinh là nữ là: 

**b)** Xác xuất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học, biết rằng học sinh đó là nam, là: 

c) Xác xuất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học là: 

**Ta có sơ đồ cây**



d) Ta có:  (Sai)

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  cho điểm  và đường thẳng  Một mặt phẳng  thay đổi chứa 

**a)**  nhận véc tơ  làm một véc tơ chỉ phương.

**b)** Mặt phẳng qua  và vuông góc với  có phương trình là 

**c)** Điểm  là hình chiếu vuông góc của  lên đường thẳng 

**d)** Khi khoảng cách từ điểm  đến mặt phẳng  đạt giá trị lớn nhất thì  đi qua gốc tọa độ 

**Lời giải**

a. Đúng

b. Đúng

Mặt phẳng qua , nhận véc tơ  là véc tơ pháp tuyến có phương trình là

.

c. Đúng

Gọi  là hình chiếu vuông góc của  trên đường thẳng d và .

Vì . Vậy 

d. Đúng

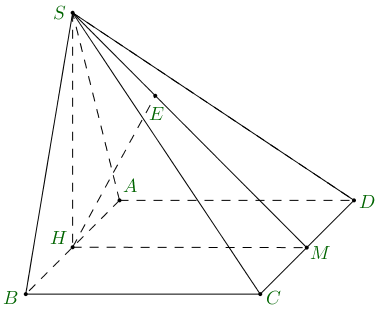
Vì  nên . Vậy , xảy ra khi 

Khi đó mặt phẳng  đi qua điểm  và có véc tơ pháp tuyến  có phương trình tổng quát là . Ta thấy (P) đi qua gốc tọa độ 

**PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN**

**Câu 1.** **[VD]** Cho hình chóp  có đáy là hình vuông, tam giác  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ  đến mặt phẳng  bằng . Tính thể tích  của khối chóp .

**Lời giải**



Gọi  lần lượt là trung điểm của .

Tam giác  đều, suy ra , mà .

Gọi  là hình chiếu của  trên .

Suy ra:  và (do  vì ). Do đó: .

Vậy .

Xét tam giác  vuông tại , có .

Suy ra: .

Vậy .

**Câu 2.** Bạn Nam cần thiết kế hai dụng cụ học tập A và B; Mỗi dụng cụ học tập A cần 9 giờ công để chế tạo và 1 giờ công để hoàn thiện. Mỗi dụng cụ học tập B cần 12 giờ công để chế tạo và 3 giờ công để hoàn thiện. Thời gian làm dụng cụ học tập tối đa ở các khâu chế tạo và hoàn thiện lần lượt là 180 giờ và 30 giờ. Bạn Nam kiếm được lợi nhuận 80 nghìn đồng trên mỗi mẫu A và 120 nghìn đồng trên mỗi mẫu B; Bạn Nam cần lên kế hoạch thiết kế số lượng dụng cụ học tập mỗi loại sao cho lợi nhuận thu được là cao nhất trong thời gian cho phép. Hỏi số tiền (nghìn đồng) bạn Nam có được là bao nhiêu?

**Lời giải**

**Đáp án: 1680**

A:  dụng cụ \_  giờ chế tạo \_  giờ hoàn thiện \_  nghìn đồng.

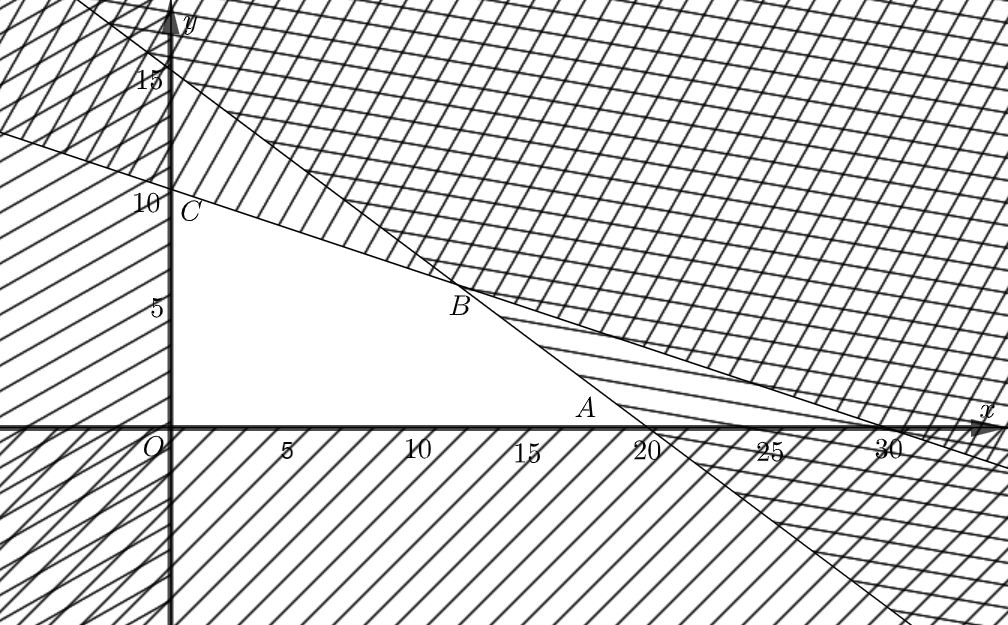
B:  dụng cụ \_ giờ chế tạo \_ 3 giờ hoàn thiện \_  nghìn đồng.

Gọi  (dụng cụ) lần lượt là số dụng cụ học tập A và B.

Điều kiện .

Theo đề ta có hệ bất phương trình 



Miền nghiệm của hệ bpt là miền tứ giác  với .

Gọi  (nghìn đồng) là lợi nhuận thu được. Khi đó .

Tại .

Tại .

Tại .

Tại .

 đạt giá trị lớn nhất bằng  tại đỉnh .

Vậy số tiền bạn Nam có được là  nghìn đồng.

**Câu 3.** **[ Mức độ 3 ]** Tại một sân bay, người ta chọn hệ tọa độ  có gốc  tại vị trí chân của đài quan sát, mặt phẳng  trùng với mặt sân bay (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính theo kilomét). Trên màn hình Rađa người ta quan sát một máy bay đang hạ cánh theo đường thẳng từ vị trí  đến vị trí và tiếp đất tại vị trí . Hỏi vị trí tiếp đất của máy bay cách chân đài quan sát bao nhiêu kilômét? (kết quả làm tròn một chữ số thập phân)

A long shot of a tower

AI-generated content may be incorrect.

**Lời giải**

Đường bay của máy bay là đường thẳng  đi qua  và có véctơ chỉ phương .

.

Vì  nên .

Ta có .

Vậy vị trí tiếp đất của máy bay cách chân đài quan sát khoảng  km.

**Câu 4.** Một chiếc tạ tay có hình dạng gồm 3 khối trụ, trong đó hai khối trụ ở hai đầu bằng nhau và khối trụ làm tay cầm ở giữa. Gọi khối trụ làm đầu tạ là  và khối trụ làm tay cầm là lần lượt có bán kính và chiều cao tương ứng là , , ,  thỏa mãn ,  (tham khảo hình vẽ bên).

A diagram of a circular object

Description automatically generated

Biết rằng thể tích của khối trụ tay cầm  bằng  và chiếc tạ làm bằng inox có khối lượng riêng là . Hỏi khối lượng của chiếc tạ tay bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Lời giải**

Đáp số: 3,93.

Thể tích khối trụ  là 

Ta có 

Thể tích khối trụ  là 

Mà  và  nên 

Tổng thể tích tạ tay là 

Khối lượng tạ tay là .

**Câu 5.** Một nhà địa chất học đang ở điểm  trên sa mạc. Anh ta muốn đến điểm  và cách  một đoạn là . Trong sa mạc thì xe anh ta chỉ có thể di chuyển với vận tốc là . Nhà địa chất phải đến địa điểm  sau 2 giờ. Vì vậy, nếu anh ta đi từ  đến  sẽ không thể đến đúng giờ được. May mắn thay, có một con đường nhựa song song với đường nối  và  và cách  một đoạn . Trên đường nhựa đó thì xe nhà địa chất này có thể di chuyển với vận tốc . Thời gian ngắn nhất để nhà địa chất di chuyển từ  đến  là bao nhiêu phút?



**Lời giải:**



- Nếu không đi trên đường nhựa thì đi thẳng từ  đến  là hết ít thời gian nhất.

- Muốn đến  hết ít thời gian hơn thời gian đi thẳng từ  đến  thì nhà địa chất phải đi một đoạn đường nhựa .

- Ta chứng minh được  cùng phía đối với :

Thật vậy, nếu  không cùng phía đối với , khi đó gọi là điểm đối xứng với  qua . Nhà địa chất phải đi con đường 

Dễ thấy 

- Tương tự thì  cùng phía  so với .

- Hiển nhiên, nếu con đường  là tối ưu về thời gian thì bốn điểm thẳng hàng theo thứ tự như trong hình.

- Ta chứng minh được :

Thật vậy, giả sử , khi đó tồn tại  trên  sao cho  và .



Vì con đường  là tối ưu về thời gian nên . Vô lí. Do đó 

- Với  ta có mô hình bài toán:



Thời gian đi hết con đường  là:



Xét hàm số:  với 





Bảng biến thiên:



- Từ bảng biến thiên suy ra: Thời gian ngắn nhất để nhà địa chất di chuyển từ  đến  là 

**Câu 6.** Một thùng thăm đựng 50 thẻ giảm giá cho nhân viên có kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 thẻ xanh và 20 thẻ trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một thẻ, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một thẻ nữa. Tính xác suất để lấy được một thẻ xanh ở lần thứ nhất và một thẻ trắng ở lần thứ hai? (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải**

Gọi  là biến cố “lấy được một thẻ xanh ở lần thứ nhất ”.

Gọi là biến cố “lấy được một thẻ trắng ở lần thứ hai”.

Vậy là biến cố “lấy được một thẻ xanh ở lần thứ nhất và một thẻ trắng ở lần thứ hai”.

Ta có: ,

Sau khi lấy thẻ xanh ở lần thứ nhất số thẻ còn lại là 49 thẻ nên .

Ta có 