

(Đề kiểm tra có 06 trang, gồm 50 câu, bắt đầu từ câu 1 đến câu 50)

Mã đề 234

Họ và tên thí sinh:
Số báo danh:

Câu 1: Đạo hàm của hàm số $y = 10^x$ là

- A. $y' = x10^x$. B. $y' = x10^{x-1}$. C. $y' = 10^x \cdot \ln 10$. D. $y' = 10^x$.

Câu 2: Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 4$ thì $\int_1^3 [2f(x) - 3] dx$ bằng

- A. 5. B. 2. C. 1. D. -2.

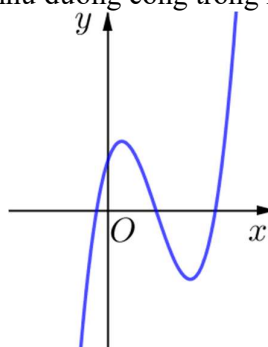
Câu 3: Số phức liên hợp của $z = 1 - 2i$ là

- A. $1 + 2i$. B. $-1 + 2i$. C. $1 - 2i$. D. $-1 - 2i$.

Câu 4: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 3a$. Thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là

- A. $V = 2a^3$. B. $V = a^3$. C. $V = 6a^3$. D. $V = 3a^3$.

Câu 5: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình sau?



- A. $y = 2x^3 - 6x^2 + 3x + 1$. B. $y = -2x^3 + 6x^2 - 3x + 1$.
C. $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$. D. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 + 1$.

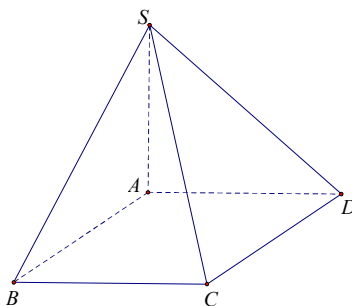
Câu 6: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - x - 2$ và trục hoành. Quay hình phẳng (H) quanh trục hoành ta được một khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. $\frac{81\pi}{10}$. B. $\frac{81}{10}$. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{9\pi}{2}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 1; 2)$. Điểm đối xứng với A qua O có tọa độ là

- A. $(3; 2; 1)$. B. $(2; 1; 3)$. C. $(-3; -1; -2)$. D. $(-2; -1; -3)$.

Câu 8: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 2, SA vuông góc với đáy và $SA = 3$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích khối chóp đã cho bằng



- A. 4. B. 6. C. 3. D. 12.

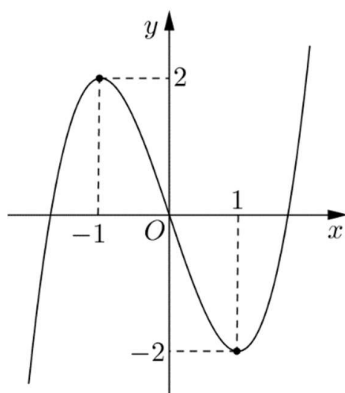
Câu 9: Cho hình nón có đường kính đáy $d = 8 \text{ cm}$ và độ dài đường sinh $l = 5 \text{ m}$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $2000\pi \text{ cm}^2$. B. $4000\pi \text{ cm}^2$. C. $40\pi \text{ cm}^2$. D. $20\pi \text{ cm}^2$.

Câu 10: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 2$. B. $y = 2$. C. $x = 3$. D. $y = 3$.

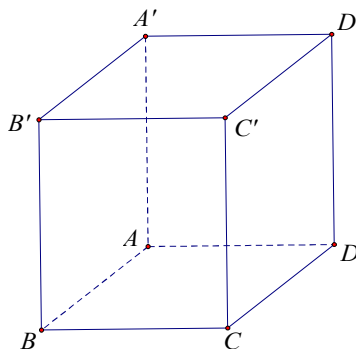
Câu 11: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Phương trình $[f(x)]^2 + f(x) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 12: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $A'A = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 13: Với a là số thực dương tùy ý, $\log(4a) + \log 3$ bằng

- A. $\log 12a^2$. B. $\log 7a$. C. $\log(4a+3)$. D. $\log 12a$.

Câu 14: Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = -3$ thì $\int_2^{-1} f(x) dx$ bằng

- A. 3. B. -1. C. -3. D. 2.

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = e^x + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = xe^{x-1} - \cos x + C$. B. $\int f(x) dx = e^x - \cos x + C$.
C. $\int f(x) dx = xe^{x-1} + \cos x + C$. D. $\int f(x) dx = e^x + \cos x + C$.

Câu 16: Cho a là số thực dương và $P = \sqrt[4]{a^3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $P = a^{\frac{3}{4}}$. B. $P = a^{\frac{1}{4}}$. C. $P = a^{\frac{4}{3}}$. D. $P = a^{\frac{1}{3}}$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{3} = 0$ có một vectơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_3 = (2; 3; 3)$. B. $\vec{u}_2 = (-1; -2; 1)$. C. $\vec{u}_4 = (3; 3; 2)$. D. $\vec{u}_1 = (1; 2; -1)$.

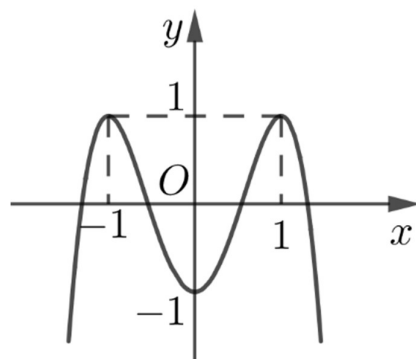
Câu 18: Trên mặt phẳng Oxy , cho số phức z thỏa mãn $|z-i| = |(1-i)z|$. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z đã cho là một đường tròn có tâm là

- A. $I(0; -1)$. B. $I(-1; 0)$. C. $I(0; 1)$. D. $I(1; 0)$.

Câu 19: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $100^x - 7 \cdot 10^x + 10 = 0$.

- A. 7. B. $\log 7$. C. 1. D. $\ln 7$.

Câu 20: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. -1. B. $(0; -1)$. C. $(1; 1)$. D. 0.

Câu 21: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 15x$ trên đoạn $[1; 15]$ bằng

- A. 3150. B. $-10\sqrt{5}$. C. -22. D. -14.

Câu 22: Cho mặt cầu có bán kính $r = 2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. 16π . B. 8π . C. 4π . D. $\frac{32\pi}{3}$.

Câu 23: Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 12 học sinh?

- A. 1320. B. 1728. C. 220. D. 36.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $P(1; 2; -1)$. B. $Q(1; 2; 0)$. C. $M(-1; -2; 1)$. D. $N(1; 2; 10)$.

Câu 25: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 54. B. 14. C. 9. D. 11.

Câu 26: Cho $\int x^3 dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $F'(x) = 3x^2$. B. $F'(x) = x^3$. C. $F'(x) = x^3 + C$. D. $F'(x) = \frac{x^4}{4} + C$.

Câu 27: Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 + z_2^2$ bằng

- A. $4 + 3i$. B. $2 + i$. C. $-5 + 10i$. D. $3 + 2i$.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) < 2$ là

- A. $(2; 8)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(-\infty; 11)$. D. $(2; 11)$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

- A. $2x - y + 3z + 11 = 0$. B. $x - 3y + 2z - 11 = 0$.
C. $x - 3y + 2z + 11 = 0$. D. $2x - y + 3z - 11 = 0$.

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)^2 x(x+1)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 31: Phần thực của số phức $z = 2 + 3i$ là

- A. -3. B. 2. C. 5. D. 3.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 25$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

- A. $(-2; -4; 6)$. B. $(2; 4; -6)$. C. $(-1; -2; 3)$. D. $(1; 2; -3)$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$				2		$-\infty$

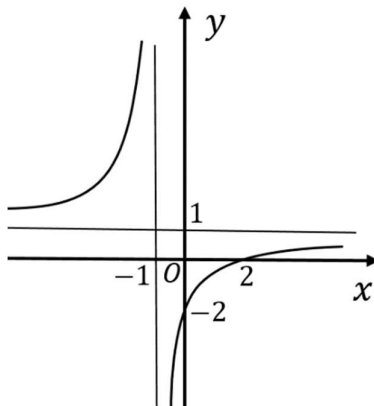
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-2; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 34: Tập xác định của hàm số $y = (x-4)^e$ là

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{4\}$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; 4)$.

Câu 35: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

- A. $(-2; 0)$. B. $(2; 0)$. C. $(0; -2)$. D. $(0; 2)$.

Câu 36: Cho số phức $z = a + bi$ và $P = |z+1-i| + |z-1+i| + |z+2+2i|$. Gọi P_0 là giá trị nhỏ nhất của P . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $2 < P_0 < 4$. B. $0 < P_0 < 2$. C. $P_0 > 6$. D. $4 < P_0 < 6$.

Câu 37: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $4^{x+y+1} = 3^{x^2+y^2}$?

- A. 5. B. 3. C. 6. D. 2.

Câu 38: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2z + m - 5 = 0$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 40$. Tính tổng các phần tử của tập S .

- A. 2. B. 12. C. -3. D. 15.

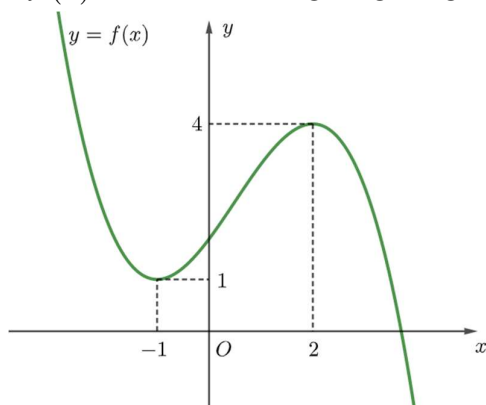
Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 3)$, mặt phẳng (P) chứa A và trục Ox . Đường thẳng qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x=0 \\ y=3t \\ z=t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1+3t \\ z=3+t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=1 \\ y=-1+3t \\ z=3-t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1 \\ y=-1+3t \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 40: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AA' = a$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C'$ bằng $\frac{\sqrt{6}}{3}a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. B. a^3 . C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

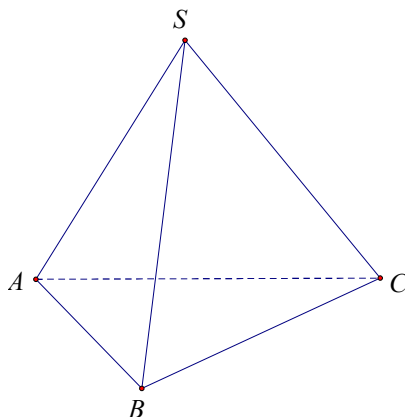
Câu 41: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m , để phương trình $|3f^2(2x) - 12f(2x) - m| = 1$ có ít nhất 7 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-\infty; 1)$?

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 42: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có chiều cao bằng a , cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng



- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}a$. B. $\frac{3\sqrt{5}}{15}a$. C. $\frac{3\sqrt{13}}{3}a$. D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}a$.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0) = 0$ và $f(x) + f'(x) = \sin x + x \cdot \sin x + x \cdot \cos x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành, trục tung và $x = \frac{\pi}{2}$ bằng

- A. π . B. $\frac{\pi}{2}$. C. 1. D. 2.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2 \end{cases}$ và $d_2: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường

vuông góc chung của d_1, d_2 đi qua điểm nào?

- A. $Q(-1; 2; 1)$. B. $N(1; -1; 3)$. C. $P(0; -2; 3)$. D. $M(2; 2; -2)$.

Câu 45: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_2(2x) \cdot \log\left(\frac{100}{x}\right) > 2$?

A. 198.

B. 48.

C. 96.

D. 149.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(1) - 3G(1) = 4$ và $F(0) - 3G(0) = 6$. Nếu $f(1) = 2$ thì $\int_0^1 xf'(x)dx$ bằng

A. 3.

B. -1.

C. 2.

D. 1.

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{\cos x - 3}{2\cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$?

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. Vô số.

Câu 48: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O , O' , bán kính đáy bằng a , AB là một dây cung của đường tròn (O) sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn (O) một góc 60° . Khoảng cách từ O đến mặt phẳng $(O'AB)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

B. $\frac{3a\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{3a\sqrt{7}}{14}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 64$. Hai điểm M , N thuộc (S) sao cho $MN = 4\sqrt{7}$ và $OM^2 + ON^2 = 74$. Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng MN .

A. 5.

B. 8.

C. 4.

D. 3.

Câu 50: Ba bạn An, Bình, Chi lần lượt viết ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc tập hợp $M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng là một số chẵn bằng

A. $\frac{64}{729}$.

B. $\frac{41}{126}$.

C. $\frac{13}{64}$.

D. $\frac{164}{729}$.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1: Đạo hàm của hàm số $y = 10^x$ là

- A. $y' = 10^x \cdot \ln 10$. B. $y' = 10^x$. C. $y' = x10^x$. D. $y' = x10^{x-1}$.

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 14. B. 9. C. 11. D. 54.

Câu 3: Cho $\int x^3 dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $F'(x) = 3x^2$. B. $F'(x) = x^3 + C$. C. $F'(x) = x^3$. D. $F'(x) = \frac{x^4}{4} + C$.

Câu 4: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 25$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

- A. $(-2; -4; 6)$. B. $(-1; -2; 3)$. C. $(2; 4; -6)$. D. $(1; 2; -3)$.

Câu 5: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = 3$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $y = 2$.

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 15x$ trên đoạn $[1; 15]$ bằng

- A. -22. B. -14. C. $-10\sqrt{5}$. D. 3150.

Câu 7: Cho mặt cầu có bán kính $r = 2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. 4π . B. $\frac{32\pi}{3}$. C. 16π . D. 8π .

Câu 8: Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 4$ thì $\int_1^3 [2f(x) - 3] dx$ bằng

- A. 1. B. 5. C. -2. D. 2.

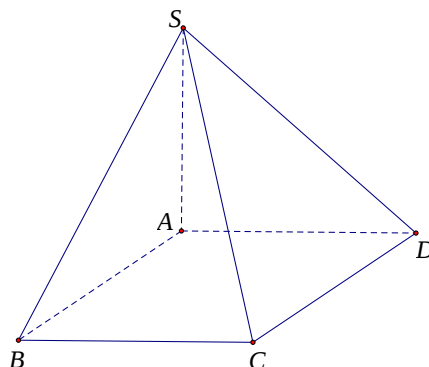
Câu 9: Phần thực của số phức $z = 2 + 3i$ là

- A. 2. B. 3. C. -3. D. 5.

Câu 10: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 3a$. Thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là

- A. $V = 2a^3$. B. $V = 6a^3$. C. $V = 3a^3$. D. $V = a^3$.

Câu 11: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 2, SA vuông góc với đáy và $SA = 3$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích khối chóp đã cho bằng



- A. 12. B. 4. C. 6. D. 3.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $P(1; 2; -1)$. B. $Q(1; 2; 0)$. C. $N(1; 2; 10)$. D. $M(-1; -2; 1)$.

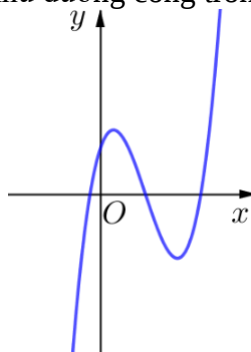
Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{3} = 0$ có một vector chỉ phương là

- A. $\vec{u}_4 = (3; 3; 2)$. B. $\vec{u}_2 = (-1; -2; 1)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 3; 3)$. D. $\vec{u}_1 = (1; 2; -1)$.

Câu 14: Nếu $\int_{-1}^2 f(x)dx = -3$ thì $\int_2^{-1} f(x)dx$ bằng

- A. -1 . B. 3 . C. 2 . D. -3 .

Câu 15: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình sau?



- A. $y = 2x^3 - 6x^2 + 3x + 1$. B. $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$.
C. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = -2x^3 + 6x^2 - 3x + 1$.

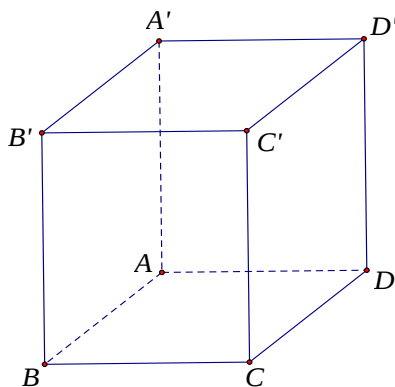
Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = (x-4)^e$ là

- A. $(-\infty; 4)$. B. $(4; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{4\}$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 17: Cho hai số phức $z_1 = 2+3i$ và $z_2 = 1-i$. Số phức $z_1 + z_2^2$ bằng

- A. $4+3i$. B. $-5+10i$. C. $3+2i$. D. $2+i$.

Câu 18: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $A'A = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .

Câu 19: Trên mặt phẳng Oxy , cho số phức z thỏa mãn $|z-i| = |(1-i)z|$. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z đã cho là một đường tròn có tâm là

- A. $I(0; -1)$. B. $I(1; 0)$. C. $I(0; 1)$. D. $I(-1; 0)$.

Câu 20: Số phức liên hợp của $z = 1-2i$ là

- A. $1+2i$. B. $-1+2i$. C. $1-2i$. D. $-1-2i$.

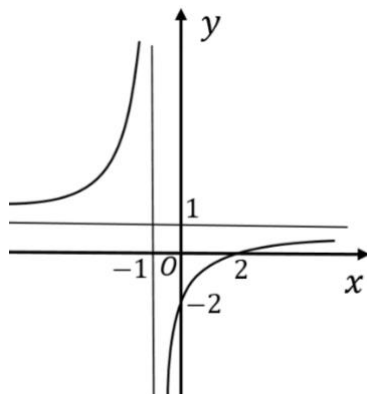
Câu 21: Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 12 học sinh?

- A. 1320. B. 36. C. 1728. D. 220.

Câu 22: Cho a là số thực dương và $P = \sqrt[4]{a^3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $P = a^{\frac{4}{3}}$. B. $P = a^{\frac{1}{3}}$. C. $P = a^{\frac{3}{4}}$. D. $P = a^{\frac{1}{4}}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

- A. $(0; -2)$. B. $(0; 2)$. C. $(2; 0)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) < 2$ là

- A. $(-\infty; 4)$. B. $(2; 8)$. C. $(2; 11)$. D. $(-\infty; 11)$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-2		2		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-2; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

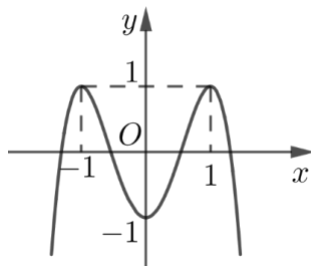
Câu 26: Với a là số thực dương tùy ý, $\log(4a) + \log 3$ bằng

- A. $\log 7a$. B. $\log 12a$. C. $\log(4a+3)$. D. $\log 12a^2$.

Câu 27: Cho hình nón có đường kính đáy $d = 8$ cm và độ dài đường sinh $l = 5$ m. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $2000\pi \text{ cm}^2$. B. $20\pi \text{ cm}^2$. C. $40\pi \text{ cm}^2$. D. $4000\pi \text{ cm}^2$.

Câu 28: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $(0; -1)$. B. 0 . C. -1 . D. $(1; 1)$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 1; 2)$. Điểm đối xứng với A qua O có tọa độ là

- A. $(3; 2; 1)$. B. $(-2; -1; -3)$. C. $(2; 1; 3)$. D. $(-3; -1; -2)$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x) = e^x + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = xe^{x-1} - \cos x + C.$

B. $\int f(x) dx = e^x + \cos x + C.$

C. $\int f(x) dx = xe^{x-1} + \cos x + C.$

D. $\int f(x) dx = e^x - \cos x + C.$

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)^2 x(x+1)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

A. $2x - y + 3z + 11 = 0.$

B. $x - 3y + 2z - 11 = 0.$

C. $x - 3y + 2z + 11 = 0.$

D. $2x - y + 3z - 11 = 0.$

Câu 33: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $100^x - 7 \cdot 10^x + 10 = 0$.

A. 7.

B. $\log 7.$

C. $\ln 7.$

D. 1.

Câu 34: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - x - 2$ và trục hoành. Quay hình phẳng (H) quanh trục hoành ta được một khối tròn xoay có thể tích bằng

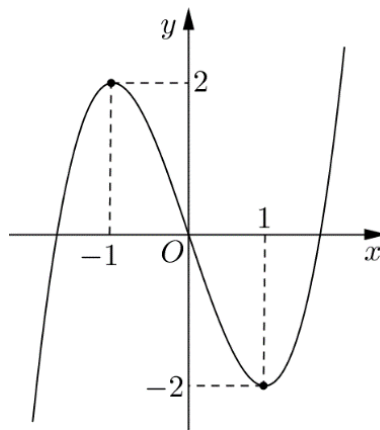
A. $\frac{81\pi}{10}.$

B. $\frac{81}{10}.$

C. $\frac{9\pi}{2}.$

D. $\frac{9}{2}.$

Câu 35: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Phương trình $[f(x)]^2 + f(x) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

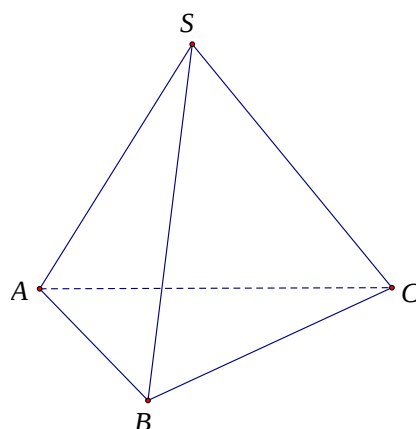
A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Câu 36: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có chiều cao bằng a , cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}a.$

B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}a.$

C. $\frac{3\sqrt{13}}{3}a.$

D. $\frac{3\sqrt{5}}{15}a.$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 64$. Hai điểm M, N thuộc (S) sao cho $MN = 4\sqrt{7}$ và $OM^2 + ON^2 = 74$. Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng MN .

- A. 8. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 38: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AA' = a$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C'$ bằng $\frac{\sqrt{6}}{3}a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. B. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. C. a^3 . D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(1) - 3G(1) = 4$ và $F(0) - 3G(0) = 6$. Nếu $f(1) = 2$ thì $\int_0^1 xf'(x)dx$ bằng

- A. 1. B. 3. C. 2. D. -1.

Câu 40: Ba bạn An, Bình, Chi lần lượt viết ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc tập hợp $M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng là một số chẵn bằng

- A. $\frac{13}{64}$. B. $\frac{64}{729}$. C. $\frac{164}{729}$. D. $\frac{41}{126}$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{\cos x - 3}{2 \cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$?

- A. 5. B. Vô số. C. 3. D. 4.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0) = 0$ và $f(x) + f'(x) = \sin x + x \sin x + x \cos x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành, trục tung và $x = \frac{\pi}{2}$ bằng

- A. 1. B. 2. C. $\frac{\pi}{2}$. D. π .

Câu 43: Cho số phức $z = a + bi$ và $P = |z + 1 - i| + |z - 1 + i| + |z + 2 + 2i|$. Gọi P_0 là giá trị nhỏ nhất của P . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $0 < P_0 < 2$. B. $P_0 > 6$. C. $2 < P_0 < 4$. D. $4 < P_0 < 6$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2 \end{cases}$ và $d_2: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường

vuông góc chung của d_1, d_2 đi qua điểm nào?

- A. $Q(-1; 2; 1)$. B. $P(0; -2; 3)$. C. $M(2; 2; -2)$. D. $N(1; -1; 3)$.

Câu 45: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_2(2x) \cdot \log\left(\frac{100}{x}\right) > 2$?

- A. 96. B. 149. C. 198. D. 48.

Câu 46: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $4^{x+y+1} = 3^{x^2+y^2}$?

- A. 5. B. 3. C. 6. D. 2.

Câu 47: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O, O' , bán kính đáy bằng a , AB là một dây cung của đường tròn (O) sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn (O) một góc 60° . Khoảng cách từ O đến mặt phẳng $(O'AB)$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{3a\sqrt{7}}{14}$. D. $\frac{3a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 3)$, mặt phẳng (P) chứa A và trục Ox . Đường thẳng qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

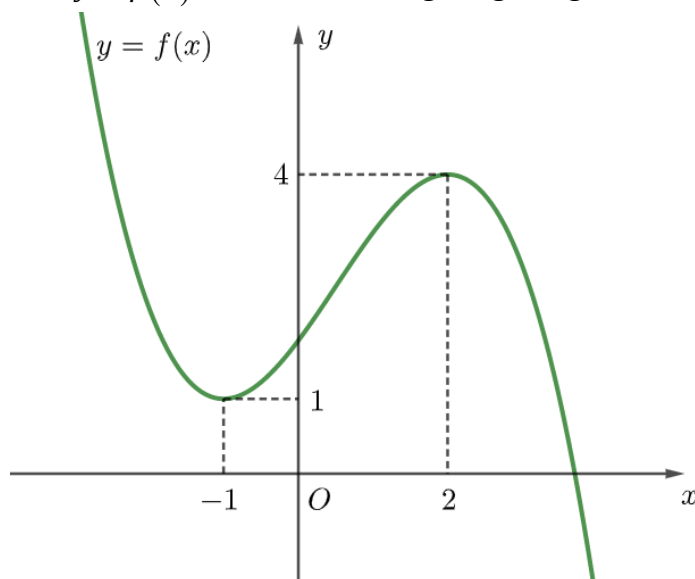
A. $\begin{cases} x=1 \\ y=-1+3t. \\ z=3+t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1+3t. \\ z=3+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=1 \\ y=-1+3t. \\ z=3-t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=0 \\ y=3t. \\ z=t \end{cases}$

Câu 49: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m , để phương trình $|3f^2(2x) - 12f(2x) - m| = 1$ có ít nhất 7 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-\infty; 1)$?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 50: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2z + m - 5 = 0$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 40$. Tính tổng các phần tử của tập S .

A. 15.

B. 12.

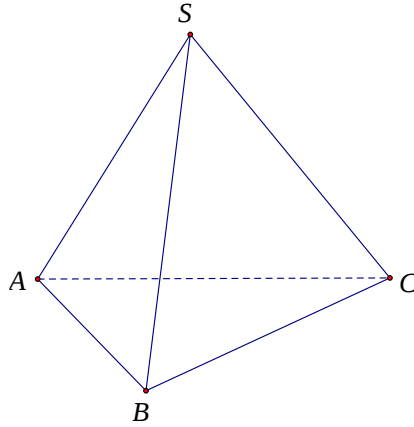
C. -3.

D. 2.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 36: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có chiều cao bằng a , cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}a$.

B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}a$.

C. $\frac{3\sqrt{13}}{3}a$.

D. $\frac{3\sqrt{5}}{15}a$.

Hướng dẫn giải

Gọi O là trọng tâm tam giác ABC , M là trung điểm BC , H là hình chiếu của O trên SM

Ta có $BC \perp AM$, $BC \perp SO$ nên $BC \perp (SOM)$.

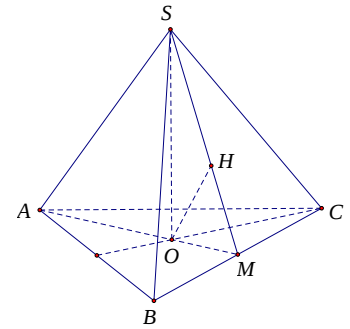
Mà $OH \subset (SOM)$ nên $OH \perp BC$.

Mặt khác $OH \perp SM$. Suy ra $OH \perp (SBC)$. Khi đó $OH = d(O; (SBC))$.

$$\text{Ta lại có } OM = \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle SOM \text{ vuông tại } O, OH \text{ đường cao: } OH = \frac{OM \cdot OS}{\sqrt{OM^2 + OS^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Mà } d(A; (SBC)) = 3d(O; (SBC)) = \frac{3a\sqrt{5}}{5}.$$



Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 64$. Hai điểm M, N thuộc (S) sao cho $MN = 4\sqrt{7}$ và $OM^2 + ON^2 = 74$. Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng MN .

A. 8.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; -2)$, bán kính $R = 8$.

Khi đó $OI = 3$.

Gọi H là trung điểm MN . Xét tam giác IHM vuông tại H , có

$$IH = \sqrt{IM^2 - MH^2} = \sqrt{8^2 - (2\sqrt{7})^2} = 6.$$

$$\text{Ta có } OM^2 + ON^2 = 74 \Leftrightarrow \overrightarrow{OM}^2 + \overrightarrow{ON}^2 = 74$$

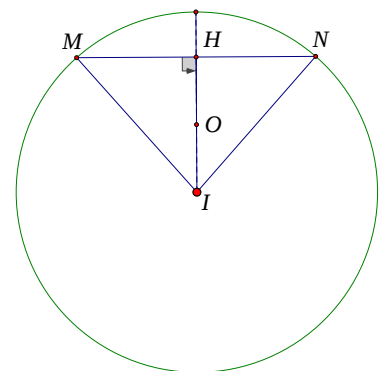
$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IM})^2 + (\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IN})^2 = 74$$

$$\Leftrightarrow OI^2 + IM^2 + 2\overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{IM} + OI^2 + IN^2 + 2\overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{IN} = 74$$

$$\Leftrightarrow -2\overrightarrow{IO}(\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN}) = -72 \Leftrightarrow -4\overrightarrow{IO} \cdot \overrightarrow{IH} = -72 \Leftrightarrow IO \cdot IH \cos(\overrightarrow{IO}; \overrightarrow{IH}) = 18 \Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{IO}; \overrightarrow{IH}) = 1.$$

Suy ra $(\overrightarrow{IO}; \overrightarrow{IH}) = 0^\circ$ nên $\overrightarrow{IO}$ và $\overrightarrow{IH}$ cùng hướng. Mà $IO = 3$, $IH = 6$ nên O là trung điểm IH .

$$\text{Khi đó } d(O; MN) = \frac{1}{2}d(I; MN) = \frac{1}{2}IH = 3.$$



Câu 38: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AA' = a$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C'$ bằng $\frac{\sqrt{6}}{3}a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

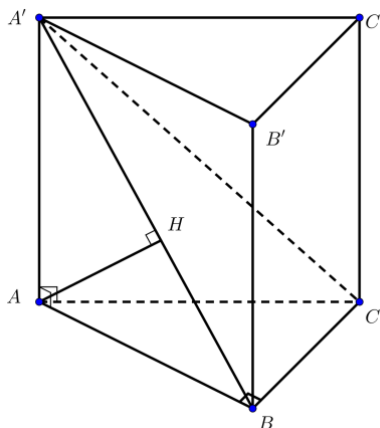
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

C. a^3 .

D. $\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải



Ta có $B'C' \parallel BC$ nên $B'C' \perp (A'BC)$.

Do đó $d(B'C', A'B) = d(B'C', (A'BC)) = d(B', (A'BC)) = d(A, (A'BC))$.

Gọi H là hình chiếu của A trên $A'B$.

Khi đó $BC \perp AA'$ và $BC \perp AB$ nên $BC \perp (ABB'A')$.

Mà $AH \subset (ABB'A')$, suy ra $AH \perp BC$.

Ta lại có $AH \perp A'B$. Do đó $AH \perp (A'BC)$.

Suy ra $d(A, (A'BC)) = AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

$\Delta A'AB$ vuông tại A có AH là đường cao

$$\frac{1}{AB^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{1}{2a^2} \Rightarrow AB^2 = 2a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{2}.$$

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = a^2$.

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = AA' \cdot S_{ABC} = a \cdot a^2 = a^3$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$

thỏa mãn $F(1) - 3G(1) = 4$ và $F(0) - 3G(0) = 6$. Nếu $f(1) = 2$ thì $\int_0^1 xf'(x)dx$ bằng

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. -1.

Hướng dẫn giải

• Ta có $F(x) = G(x) + C$.

Khi đó $F(0) = G(0) + C \Rightarrow 3F(0) - 3G(0) = 3C$.

Mà $F(0) - 3G(0) = 6$ nên $2F(0) = 3C - 6$ (1).

Và $F(1) = G(1) + C \Rightarrow 3F(1) - 3G(1) = 3C$

Mà $F(1) - 3G(1) = 4$ nên $2F(1) = 3C - 4$ (2).

Từ (1) và (2), ta được $F(1) - F(0) = 1$.

$$\bullet I = \int_0^1 x f'(x) dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } I = x \cdot f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 f(x) dx = f(1) - F(1) + F(0) = 2 - 1 = 1.$$

Câu 40: Ba bạn An, Bình, Chi lần lượt viết ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc tập hợp $M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng là một số chẵn bằng

A. $\frac{13}{64}$. **B.** $\frac{64}{729}$. **C.** $\frac{164}{729}$. **D.** $\frac{41}{126}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 9^3 = 729$

Gọi A là biến cố ba số được viết ra có tổng là một số chẵn

+ Ba số được viết ra đều là số chẵn: có 4^3 cách

+ Ba số viết ra có 1 số chẵn và 2 số lẻ: có $4 \cdot 5^2 \cdot 3$ cách

$$n(A) = 4^3 + 4 \cdot 5^2 \cdot 3 = 364$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{364}{729}$$

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{\cos x - 3}{2 \cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$?

A. 5. **B.** Vô số. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = \cos x$, $t \in (-1; 1)$.

Bài toán trở thành. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{t-3}{2t-m}$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$?

$$\text{Khi đó } \begin{cases} -m+6 > 0 \\ t \in (-1; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 6 \\ \frac{m}{2} \notin (-1; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 6 \\ \left[\frac{m}{2} \leq -1 \right] \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -2 \\ 2 \leq m < 6 \end{cases} \\ \frac{m}{2} \geq 1 \end{cases}$$

Do đó $m \in \{2; 3; 4; 5\}$. Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn bài toán.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0) = 0$ và $f(x) + f'(x) = \sin x + x \cdot \sin x + x \cdot \cos x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành, trục tung và $x = \frac{\pi}{2}$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** $\frac{\pi}{2}$. **D.** π .

Hướng dẫn giải

Ta có $f(x) + f'(x) = \sin x + x \cdot \sin x + x \cdot \cos x$

$$\Leftrightarrow e^x \cdot f(x) + e^x \cdot f'(x) = e^x \cdot \sin x + x \cdot e^x \cdot \sin x + x \cdot e^x \cdot \cos x$$

$$\Leftrightarrow [e^x \cdot f(x)]' = (x \cdot e^x \cdot \sin x)' \Rightarrow \int [e^x \cdot f(x)]' dx = \int [x \cdot e^x \cdot \sin x]' dx$$

$$\Rightarrow e^x \cdot f(x) = x \cdot e^x \cdot \sin x + C. \quad (*)$$

Thay $x=0$ vào (*), ta được $C=0$.

Khi đó $e^x \cdot f(x) = x \cdot e^x \cdot \sin x \Rightarrow f(x) = x \cdot \sin x$.

$$\text{Diện tích hình phẳng } S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |x \cdot \sin x| dx = 1.$$

Câu 43: Cho số phức $z = a + bi$ và $P = |z+1-i| + |z-1+i| + |z+2+2i|$. Gọi P_0 là giá trị nhỏ nhất của P . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

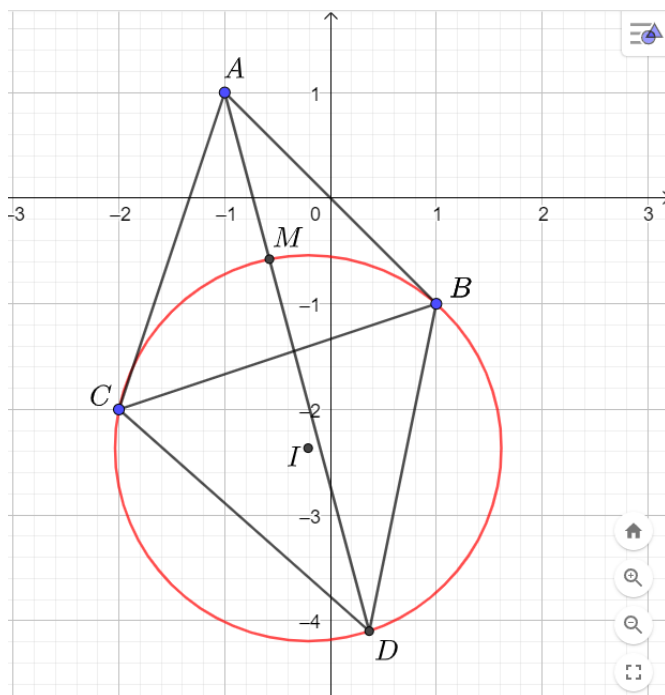
A. $0 < P_0 < 2$.

B. $P_0 > 6$.

C. $2 < P_0 < 4$.

D. $4 < P_0 < 6$.

Hướng dẫn giải



Gọi M là điểm biểu diễn số phức z .

$$A(-1; 1), \quad B(1; -1), \quad C(-2; -2).$$

Khi đó $P = MA + MB + MC$.

Dựng ra phía ngoài $\triangle ABC$ tam giác đều $\triangle BCD$.

Áp dụng định lý Ptolômê, ta có

$$MC \cdot BD + MB \cdot CD \geq MD \cdot BC \Rightarrow MC + MB \geq MD.$$

Khi đó $P \geq MA + MD \geq AD$.

$$\text{Tìm được tọa độ } D\left(\frac{-1+\sqrt{3}}{2}; \frac{-3-3\sqrt{3}}{2}\right).$$

$$\text{Suy ra } AD = \sqrt{14+8\sqrt{3}} \approx 5,28.$$

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t \\ z=2 \end{cases}$ và $d_2: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường

vuông góc chung của d_1, d_2 đi qua điểm nào?

A. $Q(-1; 2; 1)$.

B. $P(0; -2; 3)$.

C. $M(2; 2; -2)$.

D. $N(1; -1; 3)$.

Hướng dẫn giải

Gọi Δ là đường vuông góc chung của d_1, d_2 .

Gọi $A = \Delta \cap d_1, B = \Delta \cap d_2$.

Khi đó $A(1+a; -1-a; 2) \in d_1, B(3-b; 1+2b; b) \in d_2$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-b-a+2; 2b+a+2; b-2)$.

Đường thẳng d_1 nhận $\vec{u}_1 = (1; -1; 0)$ làm vector chỉ phương; đường thẳng d_2 nhận $\vec{u}_2 = (-1; 2; 1)$ làm vector chỉ phương.

$$\text{Ta lại có } \begin{cases} AB \perp d_1 \\ AB \perp d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a-3b=0 \\ 3a+2b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \Rightarrow A(1; -1; 2) \\ b=0 \Rightarrow B(3; 1; 0) \end{cases}.$$

Khi đó $\overrightarrow{AB} = (2; 2; -2)$.

$$\text{Từ đó ta được phương trình đường thẳng } \Delta: \begin{cases} x=1+t' \\ y=-1+t' \\ z=2-t' \end{cases}$$

Câu 45: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_2(2x) \cdot \log\left(\frac{100}{x}\right) > 2$?

A. 96.

B. 149.

C. 198.

D. 48.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x > 0$.

$$\text{Ta có } \log_2(2x) \cdot \log\left(\frac{100}{x}\right) > 2 \Leftrightarrow (1+\log_2 x)(2-\log x) > 2$$

$$\Leftrightarrow 2 - \log x + 2\log_2 x - \log x \cdot \log_2 x > 2 \Leftrightarrow 2\log_2 x - \log 2 \cdot \log_2 x - \log x \cdot \log_2 x > 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x(2 - \log 2 - \log x) > 0 \Leftrightarrow \log_2 x(\log 50 - \log x) > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x > 0 \\ \log 50 - \log x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 50 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 50.$$

Vậy có 48 số nguyên x thỏa mãn bài toán.

Câu 46: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $4^{x+y+1} = 3^{x^2+y^2}$?

A. 5.

B. 3.

C. 6.

D. 2.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } 4^{x+y+1} = 3^{x^2+y^2} \Leftrightarrow (x+y+1)\log_3 4 = x^2+y^2 \Leftrightarrow (x+y)\log_3 4 + \log_3 4 = (x+y)^2 - 2xy.$$

$$\text{Đặt } t = x+y, \text{ ta được } xy = \frac{t^2 - t \cdot \log_3 4 - \log_3 4}{2}.$$

Khi đó x và y là nghiệm của phương trình

$$X^2 - tX + \frac{t^2 - t \cdot \log_3 4 - \log_3 4}{2} = 0 \quad (1).$$

Để thỏa mãn bài toán thì phương trình (1) cần có nghiệm nên

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow -t^2 + 2t \cdot \log_3 4 + 2\log_3 4 \geq 0 \Leftrightarrow \log_3 4 - \sqrt{\log_3^2 4 + 2\log_3 4} \leq t \leq \log_3 4 + \sqrt{\log_3^2 4 + 2\log_3 4}$$

$$\text{Do đó } x^2 + y^2 = (x + y + 1) \log_3 4 = (t + 1) \log_3 4 \leq 5,4142 \Rightarrow x^2 \leq 5,4142 < 6.$$

Mà $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

$$\text{Ta có } 4^{x+y+1} = 3^{x^2+y^2} \Leftrightarrow y^2 - y \cdot \log_3 4 + x^2 - (x+1) \cdot \log_3 4 = 0$$

$$+ \text{ Khi } x = -2 \text{ thì } y^2 - y \cdot \log_3 4 + 4 + \log_3 4 = 0 \text{ (vô nghiệm).}$$

$$+ \text{ Khi } x = -1 \text{ thì } y^2 - y \cdot \log_3 4 + 1 = 0 \text{ (vô nghiệm).}$$

$$+ \text{ Khi } x = 0 \text{ thì } y^2 - y \cdot \log_3 4 - \log_3 4 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2} \left(\log_3 4 \pm \sqrt{\log_3^2 4 + 4 \log_3 4} \right).$$

$$+ \text{ Khi } x = 1 \text{ thì } y^2 - y \cdot \log_3 4 + 1 - 2 \log_3 4 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2} \left(\log_3 4 \pm \sqrt{\log_3^2 4 + 8 \log_3 4 - 4} \right).$$

$$+ \text{ Khi } x = 2 \text{ thì } y^2 - y \cdot \log_3 4 + 4 - 3 \log_3 4 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2} \left(\log_3 4 \pm \sqrt{\log_3^2 4 + 12 \log_3 4 - 16} \right).$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của x thỏa mãn bài toán.

Câu 47: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O, O' , bán kính đáy bằng a , AB là một dây cung của đường tròn (O) sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn (O) một góc 60° . Khoảng cách từ O đến mặt phẳng $(O'AB)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{3a\sqrt{7}}{14}$.

D. $\frac{3a\sqrt{21}}{7}$.

Hướng dẫn giải

Gọi M là trung điểm AB .

Khi đó $OM \perp AB$ mà $O'M \perp AB$ nên $O'MO = 60^\circ$.

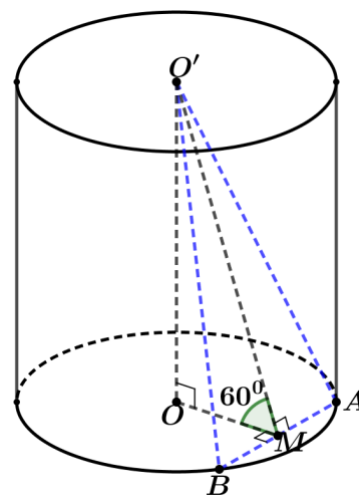
$$\text{Đặt } AB = x \Rightarrow O'M = \frac{\sqrt{3}}{2}x.$$

$$\text{Ta có } OM = O'M \cdot \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}x.$$

$$\text{Và } OA^2 = OM^2 + AM^2 \Rightarrow x = \frac{4\sqrt{7}}{7}a.$$

$$\text{Khi đó } OM = \frac{a\sqrt{21}}{7} \text{ và } OO' = OM \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a\sqrt{7}}{7}.$$

$$\text{Suy ra } d(O; (O'AB)) = \frac{OO' \cdot OM}{\sqrt{OO'^2 + OM^2}} = \frac{3a\sqrt{7}}{14}.$$



Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 3)$, mặt phẳng (P) chứa A và trục Ox . Đường thẳng qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3t \\ z = t \end{cases}$

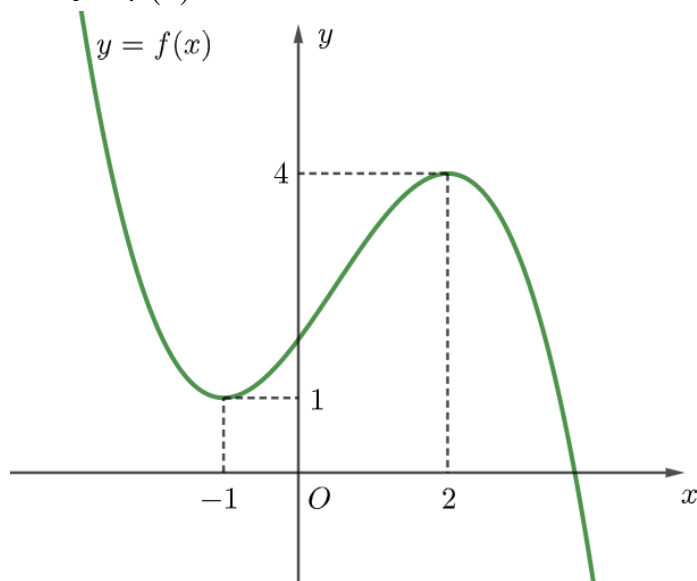
Hướng dẫn giải

Mặt phẳng (P) có cặp vectơ chỉ phương $\vec{i} = (1; 0; 0)$, $\vec{OA} = (1; -1; 3)$ nên có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{OA}, \vec{i}] = (0; 3; 1)$

Đường thẳng cần tìm đi qua $A(1; -1; 3)$ và vuông góc với mp (P) nên có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (0; 3; 1)$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + 3t. \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Câu 49: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m , để phương trình $|3f^2(2x) - 12f(2x) - m| = 1$ có ít nhất 7 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-\infty; 1)$?

A.4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Tìm được hàm số $f(x) = -\frac{2}{9}x^3 + \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{16}{9}$.

Xét hàm số $f(2x) = -\frac{16}{9}x^3 + \frac{4}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{16}{9}$ liên tục $(-\infty; 1)$.

$$f'(2x) = -\frac{16}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{8}{3}.$$

$$\text{Khi đó } f'(2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Xét hàm số $g(x) = 3x^2 - 12x - m$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

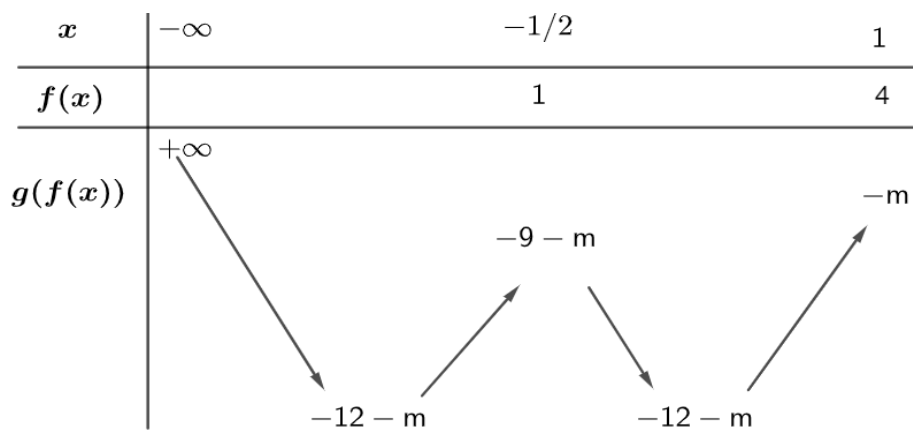
$$g'(x) = 6x - 12.$$

Khi đó $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$		

Bảng biến thiên của hàm số $g(f(2x))$



Ta có $|3f^2(2x) - 12f(2x) - m| = 1 \Leftrightarrow |g(f(2x))| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} g(f(2x)) = 1 \\ g(f(2x)) = -1 \end{cases}$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có phương trình $|3f^2(2x) - 12f(2x) - m| = 1$ có ít nhất 7 nghiệm trên $(-\infty; 1)$ khi và chỉ khi $-m - 12 < -1 \leq -m - 9 \Leftrightarrow -11 < m \leq -10$.

Câu 50: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2z + m - 5 = 0$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 40$. Tính tổng các phần tử của tập S .

A. 15.

B. 12.

C. -3.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Xét phương trình $z^2 - 2z + m - 5 = 0$ (1).

Ta có $\Delta' = (b')^2 - ac = (-1)^2 - 1 \cdot (m - 5) = 6 - m$.

• Trường hợp 1: Nếu $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 6$ thì phương trình có hai nghiệm thực z_1, z_2 .

Theo định lí Viét, ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = 2 \\ z_1 \cdot z_2 = m - 5 \end{cases}$.

Mà $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 40 \Leftrightarrow 2(z_1^2 + z_2^2) = 40 \Leftrightarrow (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = 20$

$$\Leftrightarrow 4 - 2(m - 5) = 20 \Leftrightarrow m = -3 \text{ (nhận)}.$$

• Trường hợp 2: Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m > 6$ thì phương trình có hai nghiệm phức z_1, z_2 .

Mà $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 40 \Leftrightarrow 2|z_1|^2 + 2|z_2|^2 = 40 \Leftrightarrow |z_1|^2 + |\overline{z_1}|^2 = 20$

$$\Leftrightarrow 2|z_1|^2 = 20 \Leftrightarrow |z_1|^2 = 10 \Leftrightarrow z_1 \cdot \overline{z_1} = 10 \Leftrightarrow z_1 \cdot z_2 = 10 \Leftrightarrow m - 5 = 10 \Leftrightarrow m = 15 \text{ (nhận)}.$$

Vậy $S = \{-3; 15\}$ nên tổng các phần tử của S là 12.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.A	4.C	5.A	6.A	7.C	8.A	9.A	10.A
11.C	12.A	13.D	14.A	15.B	16.A	17.A	18.A	19.C	20.B
21.B	22.A	23.C	24.B	25.D	26.B	27.B	28.D	29.D	30.B
31.B	32.D	33.A	34.C	35.C	36.D	37.B	38.B	39.D	40.B
41.C	42.D	43.C	44.C	45.B	46.D	47.A	48.C	49.D	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đạo hàm của hàm số $y = 10^x$ là

- A. $y' = x \cdot 10^x$. B. $y' = x \cdot 10^{x-1}$. C. $y' = 10^x \cdot \ln 10$. D. $y' = 10^x$.

Lời giải

Chọn C

Câu 2: Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 4$ thì $\int_1^3 [2f(x) - 3] dx$ bằng

- A. 5. B. 2. C. 1. D. -2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int_1^3 [2f(x) - 3] dx = 2 \int_1^3 f(x) dx - 3 \int_1^3 1 dx = 2 \cdot 4 - 3 \cdot 2 = 2.$$

Câu 3: Số phức liên hợp của $z = 1 - 2i$ là

- A. $1 + 2i$. B. $-1 + 2i$. C. $1 - 2i$. D. $-1 - 2i$.

Lời giải

Chọn A

Số phức liên hợp của $z = 1 - 2i$ là: $1 + 2i$.

Câu 4: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = 2a, AA' = 3a$. Thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là

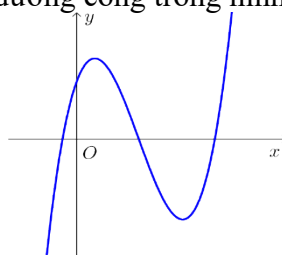
- A. $V = 2a^3$. B. $V = a^3$. C. $V = 6a^3$. D. $V = 3a^3$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB \cdot AD \cdot AA' = a \cdot 2a \cdot 3a = 6a^3.$$

Câu 5: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình sau?



- A. $y = 2x^3 - 6x^2 + 3x + 1$. B. $y = -2x^3 + 6x^2 - 3x + 1$.
- C. $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$. D. $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn A

Đây là đồ thị của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với hệ số $a > 0$.

Câu 6: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - x - 2$ và trục hoành. Quay hình phẳng (H) quay quanh trục hoành, ta được một khối nón tròn xoay có thể tích bằng

A. $\frac{81}{10}\pi$.

B. $\frac{81}{10}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{9\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị với trục hoành: $x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$

Thể tích khối nón là $V = \pi \int_{-1}^2 (x^2 - x - 2)^2 dx = \frac{81\pi}{10}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;2)$. Điểm đối xứng của A qua O có tọa độ là

A. $(3;2;1)$.

B. $(2;1;3)$.

C. $(-3;-1;-2)$.

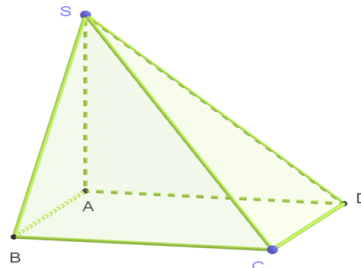
D. $(-2;-1;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm $A'(-3;-1;-2)$ là điểm đối xứng của A qua gốc tọa độ.

Câu 8: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 2, SA vuông góc với đáy và $SA = 3$ (tham khảo hình bên). Thể tích khối chóp đã cho bằng



A. 4.

B. 6.

C. 3.

D. 12.

Lời giải

Chọn A

Diện tích đáy $ABCD$ là $S = 2^2 = 4$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot 3 = 4$.

Câu 9: Cho hình nón có đường kính đáy $d = 8cm$ và độ dài đường sinh $l = 5m$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $2000\pi cm^2$.

B. $4000\pi cm^2$.

C. $40\pi cm^2$.

D. $20 cm^2$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình nón: $S = \pi \cdot r \cdot l = \pi \cdot \frac{8}{2} \cdot 500 = 2000\pi cm^2$.

Câu 10: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$

A. $x = 2$.

B. $y = 2$.

C. $x = 3$.

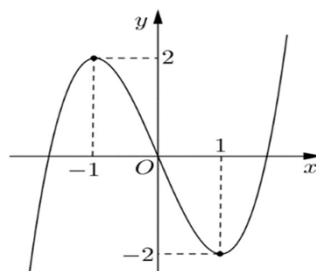
D. $y = 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$.

Câu 11: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Phương trình $[f(x)]^2 + f(x) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$[f(x)]^2 + f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \\ f(x) = -2 \end{cases}$$

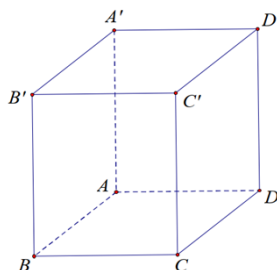
Khi $f(x) = 1$ thì phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Khi $f(x) = -2$ thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình có 5 nghiệm phân biệt.

Câu 12: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AA' = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ).

Góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. 60° .

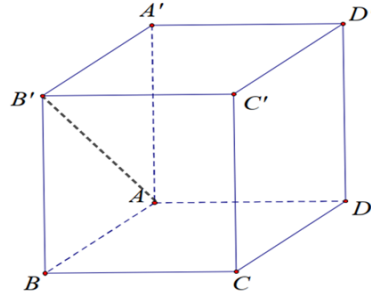
B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A



Ta có $BB' \perp (ABCD)$ tại B nên $(AB', (ABCD)) = (AB', AB) = \widehat{B'AB}$.

Xét tam giác $BA'B'$ vuông tại B có $\tan BAB' = \frac{BB'}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \widehat{B'AB} = 60^\circ \Rightarrow (A'B, (ABCD)) = 60^\circ$.

Câu 13: Với a là số thực dương tùy ý, $\log(4a) + \log 3$ bằng

- A.** $\log 12a^2$. **B.** $\log 7a$. **C.** $\log(4a+3)$. **D.** $\log 12a$.

Lời giải

Chọn D

Câu 14: Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = -3$ thì $\int_2^{-1} f(x) dx$ bằng

A. 3. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = e^x + \sin x$. Khẳng định đúng?

- A.** $\int f(x) dx = xe^{x-1} - \cos x + C$. **B.** $\int f(x) dx = e^x - \cos x + C$.
- C.** $\int f(x) dx = xe^{x-1} + \cos x + C$. **D.** $\int f(x) dx = e^x + \cos x + C$.

Lời giải

Chọn B

Câu 16: Cho a là số thực dương và $P = \sqrt[4]{a^3}$. Khẳng định đúng?

- A.** $a^{\frac{3}{4}}$. **B.** $a^{\frac{1}{4}}$. **C.** $a^{\frac{4}{3}}$. **D.** $a^{\frac{1}{3}}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{3}$ có một vector chỉ phương là

- A.** $\vec{u}_3 = (2; 3; 3)$. **B.** $\vec{u}_2 = (-1; -2; 1)$. **C.** $\vec{u}_4 = (3; 3; 2)$. **D.** $\vec{u}_1 = (1; 2; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 18: Trên mặt phẳng Oxy , cho số phức z thỏa mãn $|z - i| = |(1 - i)z|$. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z đã cho là một đường tròn có tâm là

- A.** $I(0; -1)$. **B.** $I(-1; 0)$. **C.** $I(0; 1)$. **D.** $I(1; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $|z - i| = |(1 - i)z| = |1 - i||z| = \sqrt{2}|z|$.

Giả sử $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$ thì: $x^2 + (y - 1)^2 = 2(x^2 + y^2) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0$.

Vậy $M(z) \in (I; \sqrt{2})$ với $I(0; -1)$.

Câu 19: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $100^x - 7 \cdot 10^x + 10 = 0$.

- A.** 7. **B.** $\log 7$. **C.** 1. **D.** $\ln 7$

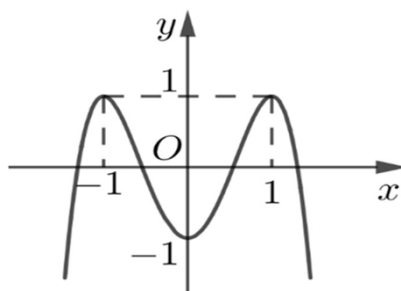
Lời giải

Chọn C

Ta có: $100^x - 7 \cdot 10^x + 10 = 0 \Leftrightarrow (10^x - 2)(10^x - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 10^x - 2 = 0 \\ 10^x - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log 2 \\ x = \log 5 \end{cases}$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là: $\log 2 + \log 5 = \log 10 = 1$.

Câu 20: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A.** -1. **B.** $(0; -1)$. **C.** $(1; 1)$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số, điểm cực tiểu của hàm số đã cho là: $(0; -1)$.

Câu 21: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 15x$ trên đoạn $[1; 15]$ bằng

- A.** 3153. **B.** $-10\sqrt{5}$. **C.** -22. **D.** -14.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = x^3 - 15x \Rightarrow y' = 3x^2 - 15$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{5} (l) \\ x = \sqrt{5} (n) \end{cases}$

$y(1) = -14$; $y(\sqrt{5}) = -10\sqrt{5}$; $y(15) = 3150$.

Vậy $\min_{[1;15]} y = -10\sqrt{5}$.

Câu 22: Cho mặt cầu có bán kính $r = 2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A.** 16π . **B.** 8π . **C.** 4π . **D.** $\frac{32\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $S = 4\pi.r^2$

Diện tích của mặt cầu $S = 4\pi.2^2 = 16\pi$.

Câu 23: Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 12 học sinh?

- A.** 1320. **B.** 1728. **C.** 220. **D.** 36.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 12 học sinh là $C_{12}^3 = 220$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- A.** $P(1; 2; -1)$. **B.** $Q(1; 2; 0)$. **C.** $M(-1; -2; 1)$. **D.** $N(1; 2; 10)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $1 + 2.2 - (-1) - 5 = 1 \neq 0 \Rightarrow P \notin (P)$.

$1 + 2.2 - 0 - 5 = 0 \Rightarrow Q \in (P)$.

$-1 + 2.(-2) - 1 - 5 = -11 \neq 0 \Rightarrow M \notin (P)$.

$1 + 2.2 - 10 - 5 = -10 \neq 0 \Rightarrow N \notin (P)$.

Câu 25: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_4 bằng

- A.** 54. **B.** 14. **C.** 9. **D.** 11.

Lời giải

Chọn D

$u_4 = u_1 + 3d = 11$.

Câu 26: Cho $\int x^3 dx = F(x) + C$. Chọn khẳng định đúng

- A.** $F'(x) = 3x^2$. **B.** $F'(x) = x^3$. **C.** $F'(x) = x^3 + C$. **D.** $F'(x) = \frac{x^4}{4} + C$.

Lời giải

Chọn B

Câu 27: Cho 2 số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 + z_2^2$ bằng bao nhiêu

- A.** $4 + 3i$. **B.** $2 + i$. **C.** $-5 + 10i$. **D.** $3 + 2i$.

Lời giải

Chọn B

$z_1 + z_2^2 = 2 + 3i + (1 - i)^2 = 2 + i$.

- Câu 28:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) < 2$ là
A. $(2;8)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(-\infty;11)$. **D.** $(2;11)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $x > 2$

$$\text{BPT: } \log_3(x-2) < 2 \Leftrightarrow x-2 < 9 \Leftrightarrow x < 11.$$

Vậy tập nghiệm là: $S = (2;11)$.

- Câu 29:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-3;2)$ và $(P):2x-y+3z+5=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là
A. $2x-y+3z+11=0$. **B.** $x-3y+2z-11=0$.
C. $x-3y+2z+11=0$. **D.** $2x-y+3z-11=0$

Lời giải

Chọn D

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua A và song song với (P) .

Do $(Q) \parallel (P)$ nên vector $\vec{n} = (2;-1;3)$ là một vector pháp tuyến của (Q)

$$\text{Phương trình của } (Q) \text{ là } 2(x-1)+(-1)(y+3)+3(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x-y+3z-11=0.$$

- Câu 30:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)^2 x(x+1)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 x(x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Ta có:

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$ ta có hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

- Câu 31:** Phần thực của số phức $z = 2+3i$ là
A. -3 . **B.** 2 . **C.** 5 . **D.** 3 .

Lời giải

Chọn B

Phần thực của số phức $z = 2+3i$ là 2 .

- Câu 32:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=25$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là
A. $(-2;-4;6)$. **B.** $(2;4;-6)$. **C.** $(-1;-2;3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là $(1; 2; -3)$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-2		2		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-2; 0)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(-2; 2)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 34: Tập xác định của hàm số $y = (x - 4)^e$ là

A. $(-\infty; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{4\}$.

C. $(4; +\infty)$.

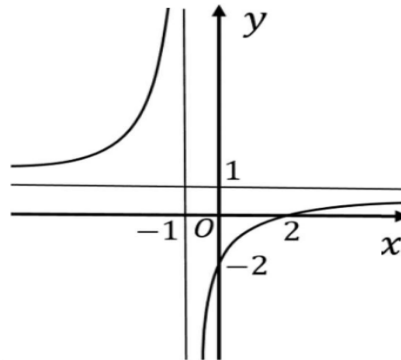
D. $(-\infty; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $e \notin \mathbb{Z} \Rightarrow DK: x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4 \Rightarrow TXĐ: D = (4; +\infty)$.

Câu 35: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ



Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

A. $(-2; 0)$.

B. $(2; 0)$.

C. $(0; -2)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 36: Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), và biểu thức $P = |z + 1 - i| + |z - 1 + i| + |z + 2 + 2i|$ có giá trị nhỏ nhất là P_0 . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2 < P_0 < 4$.

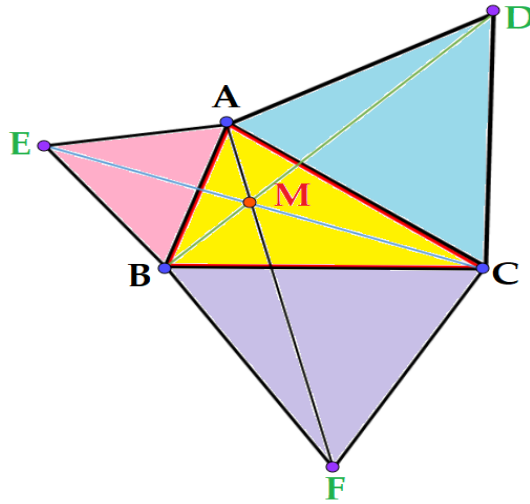
B. $0 < P_0 < 2$.

C. $P_0 > 6$.

D. $4 < P_0 < 6$.

Lời giải

Chọn D



Giả sử $M(z), A(-2;-2), B(1;-1), C(-1;1)$. Khi đó:

$$P = |z+1-i| + |z-1+i| + |z+2+2i| = MA + MB + MC.$$

$P_{\min} = P_0 = (MA + MB + MC)_{\min} \Leftrightarrow M$ là điểm Torricelli xác định như hình vẽ, trong đó các tam giác ABE, BCF, ACD đều.

$$+) \overrightarrow{AB} = (3;1) \Rightarrow AB = \sqrt{10}, I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right) \text{ là trung điểm của } AB.$$

Phương trình đường thẳng AB là: $1(x+2) - 3(y+2) = 0 \Leftrightarrow x - 3y - 4 = 0$.

Phương trình đường trung trực của AB là:

$$3\left(x + \frac{1}{2}\right) + 1\left(y + \frac{3}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 3x + y + 3 = 0 \quad (d).$$

$+) \text{ Tam giác } ABE \text{ đều, suy ra: } E \in (d) \Rightarrow \text{Giả sử}$

$$E(a; -3a-3) \Rightarrow \overrightarrow{AE} = (a+2; -3a-1).$$

$$\text{Và: } AE = AB \Rightarrow (a+2)^2 + (-3a-1)^2 = 10 \Leftrightarrow 2a^2 + 2a - 1 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E_1\left(\frac{-1+\sqrt{3}}{2}; -\frac{3+3\sqrt{3}}{2}\right) \\ E_2\left(\frac{-1-\sqrt{3}}{2}; -\frac{3+3\sqrt{3}}{2}\right) \end{cases}$$

Do E, C nằm khác phía so với đường thẳng AB nên $E \equiv E_1\left(\frac{-1+\sqrt{3}}{2}; -\frac{3+3\sqrt{3}}{2}\right)$ thỏa mãn.

$$+) \overrightarrow{CE} = \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}; -\frac{5+3\sqrt{3}}{2}\right) \text{ cùng phương với } \vec{u} = (1; -2-\sqrt{3}).$$

Phương trình đường thẳng CE là: $(2+\sqrt{3})(x+1) + 1(y-1) = 0 \Leftrightarrow (2+\sqrt{3})x + y + 1 + \sqrt{3} = 0$.

$$+) \overrightarrow{AC} = (1;3) \Rightarrow AC = \sqrt{10}, J\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right) \text{ là trung điểm của } AC.$$

Phương trình đường thẳng AC là: $3(x+2) - 1(y+2) = 0 \Leftrightarrow 3x - y + 4 = 0$.

Phương trình đường trung trực của AC là: $1\left(x + \frac{3}{2}\right) + 3\left(y + \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 3 = 0 \quad (d')$.

+) Tam giác ACD đều, suy ra: $D \in (d') \Rightarrow$ Giả sử $D(-3b-3; b) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = (-1-3b; b+2)$.

Và:

$$AD = AC \Rightarrow (-1-3b)^2 + (b+2)^2 = 10 \Leftrightarrow 2b^2 + 2b - 1 = 0 \Leftrightarrow b = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} D_1\left(-\frac{3+3\sqrt{3}}{2}; \frac{-1+\sqrt{3}}{2}\right) \\ D_2\left(\frac{-3+3\sqrt{3}}{2}; \frac{-1-\sqrt{3}}{2}\right) \end{cases}$$

Do D, B nằm khác phía so với đường thẳng AC nên $D \equiv D_1\left(-\frac{3+3\sqrt{3}}{2}; \frac{-1+\sqrt{3}}{2}\right)$ thỏa mãn.

$$+) \overrightarrow{BD} = \left(-\frac{5+3\sqrt{3}}{2}; \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right) \text{ cùng phương với } \vec{u}' = (2+\sqrt{3}; -1).$$

Phương trình đường thẳng BD là: $1(x-1) + (2+\sqrt{3})(y+1) = 0 \Leftrightarrow x + (2+\sqrt{3})y + 1 + \sqrt{3} = 0$.

$$+) \text{ Khi đó: } \{M\} = BD \cap CE \Rightarrow M\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; -\frac{\sqrt{3}}{3}\right).$$

$$+) \overrightarrow{MA} = \left(\frac{\sqrt{3}-6}{3}; \frac{\sqrt{3}-6}{3}\right) \Rightarrow MA = \sqrt{\frac{26-8\sqrt{3}}{3}}; \overrightarrow{MB} = \left(\frac{\sqrt{3}+3}{3}; \frac{\sqrt{3}-1}{3}\right) \Rightarrow MB = \sqrt{\frac{16+4\sqrt{3}}{3}};$$

$$\overrightarrow{MC} = \left(\frac{\sqrt{3}-1}{3}; \frac{\sqrt{3}+3}{3}\right) \Rightarrow MC = \sqrt{\frac{16+4\sqrt{3}}{3}}.$$

$$+) P_{\min} = P_0 = (MA + MB + MC)_{\min} = \sqrt{\frac{26-8\sqrt{3}}{3}} + 2\sqrt{\frac{16+4\sqrt{3}}{3}} \approx 5,2 \in (4; 6).$$

Câu 37: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $4^{x+y+1} = 3^{x^2+y^2}$?

A. 5.

B. 3.

C. 6.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$4^{x+y+1} = 3^{x^2+y^2} \Leftrightarrow (x+y+1)\log_3 4 = x^2 + y^2.$$

$$\Leftrightarrow y^2 - 2(\log_3 2)y + x^2 - 2(x+1)\log_3 2 = 0.$$

$$\text{Để tồn tại số thực } y \text{ khi và chỉ khi } \Delta' = (\log_3 2)^2 + 2(x+1)\log_3 2 - x^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 2x\log_3 2 + (\log_3 2)^2 + 2\log_3 2 \geq 0 \Leftrightarrow -0,8036 \leq x \leq 2,0655.$$

$$\text{Do } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{0; 1; 2\}.$$

Câu 38: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2z + m - 5 = 0$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp giá trị của m để phương trình có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 40$.

Tính tổng các phần tử của tập S .

A. 2.

B. 12.

C. -3.

D. 15.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\Delta' = 6 - m$.

+ TH1: $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 6$, phương trình có 2 nghiệm $z_{1,2} = 1 \pm \sqrt{6 - m}$

$$\Rightarrow \begin{cases} z_1 + z_2 = 2 \\ z_1 - z_2 = 2\sqrt{6 - m} \end{cases}$$

Khi đó

$$|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 40 \Leftrightarrow 4 + 4(6 - m) = 40 \Leftrightarrow m = -3, \text{ nhận.}$$

+ TH2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow 6 - m < 0 \Leftrightarrow m > 6$, phương trình có 2 nghiệm $z_{1,2} = 1 \pm i\sqrt{-\Delta'}$

$$\Rightarrow \begin{cases} z_1 + z_2 = 2 \\ z_1 - z_2 = 2i\sqrt{m - 6} \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 40 \Leftrightarrow 4 + 4(m - 6) = 40 \Leftrightarrow m = 15, \text{ nhận.}$$

Tổng các giá trị của m là: 12.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 3)$, mặt phẳng (P) chứa A và chứa Ox . Đường thẳng qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3t \\ z = t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Vec tơ pháp tuyến của (P) là: $\vec{n}_P = [\vec{i}; \vec{OA}] = (0; -3; -1) = -1(0; 3; 1)$.

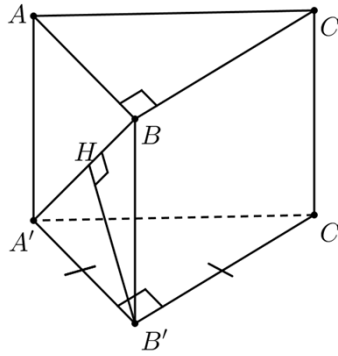
Đường thẳng qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là: $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Câu 40: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AA' = a$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C'$ bằng $\frac{\sqrt{6}}{3}a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. **B.** a^3 . **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

Lời giải

Chọn B



+ Trong mặt phẳng $(ABB'A')$ kẻ $B'H$ vuông góc với $A'B$ tại H .

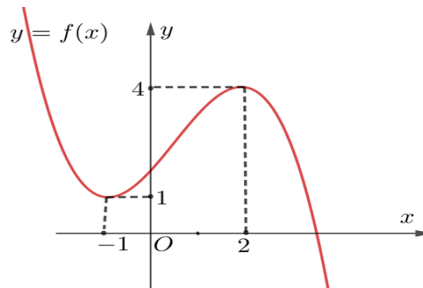
Ta có, $B'H \perp A'B$ và $\begin{cases} B'C' \perp A'B' \\ B'C' \perp BB' \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp (ABB'A') \Rightarrow B'H \perp B'C'$. Do đó $B'H$ là khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C'$.

+ Xét tam giác $A'B'B$ vuông tại B' có $\frac{1}{B'H^2} = \frac{1}{B'B^2} + \frac{1}{A'B'^2} \Leftrightarrow \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{6}}{3}a\right)^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{A'B'^2}$

Suy ra $A'B' = \sqrt{2}a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = S_{A'B'C'} \cdot BB' = \frac{1}{2} \sqrt{2}a \cdot \sqrt{2}a \cdot a = a^3$.

Câu 41: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m , để phương trình $|3f^2(2x) - 12f(2x) - m| = 1$ có ít nhất 7 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-\infty; 1)$?

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2..

Lời giải

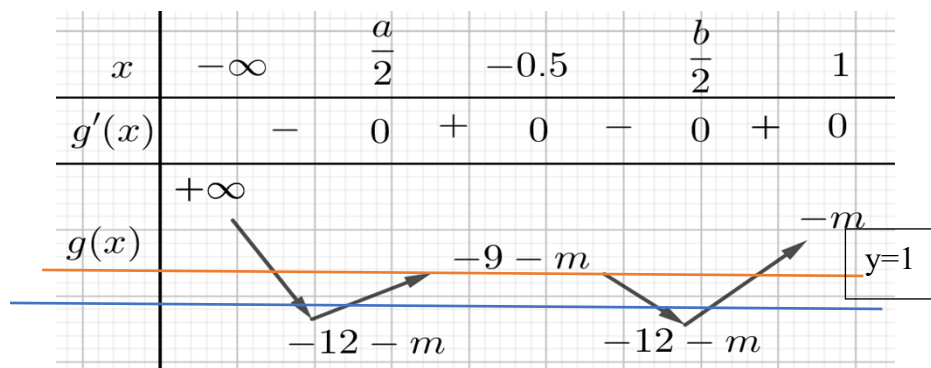
Chọn C

+ Đặt $g(x) = 3f^2(2x) - 12f(2x) - m$.

Ta có $g'(x) = 12f(2x) \cdot f'(2x) - 24 \cdot f'(2x) = 12f'(2x)[f(2x) - 2]$.

$$+ \text{Cho } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(2x) = 0 \\ f(2x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -1 \\ 2x = 2 \\ 2x = a \in (-\infty; -1) \\ 2x = b \in (-1; 2) \\ 2x = c \in (2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -0,5 \\ x = 1 \\ x = \frac{a}{2} \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \\ x = \frac{b}{2} \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right) \\ x = \frac{c}{2} \in (1; +\infty) \end{cases}.$$

+ Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên khoảng $(-\infty; 1)$.



Tính giá trị

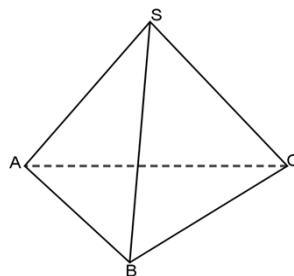
$$\square \text{ Tại } \begin{cases} x = \frac{a}{2} \\ x = \frac{b}{2} \\ x = \frac{b}{x} \end{cases} \Rightarrow f(2x) = 2 \Rightarrow g(x) = 3f^2(2x) - 12f(2x) - m = 3 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 - m = -12 - m$$

$$\square \text{ Tại } x = -0,5 \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow f(2x) = f(-1) = 1 \Rightarrow g(x) = 3 \cdot 1^2 - 12 \cdot 1 - m = -9 - m$$

$$|3f^2(2x) - 12f(2x) - m| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) = 1 \\ g(x) = -1 \end{cases}, \text{ ta vẽ hai đường thẳng } y = \pm 1 \text{ vào BBT để có ít}$$

nhất 7 nghiệm khi $-12 - m < -1 < 1 \leq -9 - m \Leftrightarrow -11 < m \leq -10, m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = -10$.

Câu 42: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có chiều cao bằng a , cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}a$.

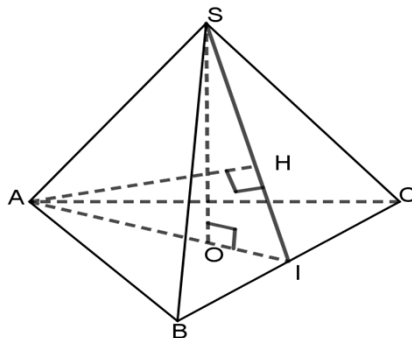
B. $\frac{3\sqrt{5}}{15}a$.

C. $\frac{3\sqrt{13}}{13}$.

D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}a$.

Lời giải

Chọn D



- Gọi O là tâm của tam giác đều ABC và I là trung điểm của BC . Trong mặt phẳng (SAI)

kẻ AH vuông góc với SI tại H . Khi đó ta có, $\begin{cases} BC \perp OA \\ BC \perp SO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAO) \Rightarrow AH \perp BC$ mà $AH \perp SI$ nên $AH \perp (SBC)$. Vậy $AH = d(A; (SBC))$.

- Xét tam giác SAI có $AI = \frac{a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2}$ suy ra $OA = \frac{2}{3}AI = \frac{2}{3} \cdot \frac{3a}{2} = a$ và

$$SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

- Ta có $AH \cdot SI = SO \cdot AI \Rightarrow AH = \frac{SO \cdot AI}{SI} = \frac{a \cdot \frac{3a}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}a$.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0) = 0$ và $f(x) + f'(x) = \sin x + x \cdot \sin x + x \cdot \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành, trục tung và $x = \frac{\pi}{2}$ bằng

A. π .

B. $\frac{\pi}{2}$.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) + f'(x) = \sin x + x \cdot \sin x + x \cdot \cos x$

$$\Leftrightarrow e^x \cdot f(x) + e^x \cdot f'(x) = (\sin x + x \cdot \sin x + x \cdot \cos x) e^x$$

$$\Leftrightarrow [e^x \cdot f(x)]' = (e^x \sin x + e^x x \cdot \sin x + e^x x \cdot \cos x)$$

$$\Leftrightarrow [e^x \cdot f(x)]' = (e^x \cdot x \cdot \sin x)'.$$

$$\text{Suy ra } \int [e^x \cdot f(x)]' dx = \int (e^x x \cdot \sin x)' dx \Leftrightarrow e^x \cdot f(x) = e^x x \cdot \sin x + C.$$

Do $f(0) = 0$ suy ra $C = 0$. Khi đó $e^x \cdot f(x) = e^x x \cdot \sin x \Leftrightarrow f(x) = x \cdot \sin x$.

Suy ra $S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |f(x)| dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |x \sin x| dx = 1.$

- Câu 44:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t \\ z=2 \end{cases}$ và $d_2: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường vuông góc chung của d_1, d_2 đi qua điểm nào?
- A.** $Q(-1;2;1)$. **B.** $N(1;-1;3)$. **C.** $P(0;-2;3)$. **D.** $M(2;2;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Véc tơ chỉ phương của d_1, d_2 lần lượt là $\vec{u}_1 = (1;-1;0), \vec{u}_2 = (-1;2;1)$

Phương trình tham số $d_2: \begin{cases} x=3-t' \\ y=1+2t' \\ z=t' \end{cases}$

Lấy $M \in d_1, N \in d_2$ khi đó ta có $M(1+t;-1-t;2), N(3-t';1+2t';t')$.

Suy ra $\overrightarrow{MN} = (2-t'-t; 2+2t'+t; t'-2)$.

Đường thẳng MN là đường vuông góc chung của d_1, d_2

$$\begin{cases} \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2-t'-t)1 + (2+2t'+t)(-1) + (t'-2)0 = 0 \\ (2-t'-t)(-1) + (2+2t'+t)2 + (t'-2)1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-t'-t-2-2t'-t=0 \\ -2+t'+t+4+4t'+2t+t'-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t+3t'=0 \\ t+2t'=0 \end{cases} \Leftrightarrow t=t'=0.$$

Khi đó tọa độ $M(1;-1;2), N(3;1;0)$. Suy ra $\overrightarrow{MN} = (2;2;-2)$.

Vậy đường thẳng MN có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = \frac{1}{2} \overrightarrow{MN} = (1;1;-1)$ và đi qua điểm $M(1;-1;2)$

có phương trình chính tắc là $MN: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

Đường thẳng $MN: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ đi qua điểm $P(0;-2;3)$.

- Câu 45:** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\log_2(2x) \cdot \log\left(\frac{100}{x}\right) > 2$?
- A.** 198. **B.** 48. **C.** 96. **D.** 149.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x > 0$.

$$\begin{aligned}
&\text{Phương trình: } \log_2(2x) \cdot \log\left(\frac{100}{x}\right) > 2 \Leftrightarrow (1 + \log_2 x)(2 - \log x) > 2 \\
&\Leftrightarrow 2\log_2 x - \log x - \log_2 x \cdot \log x > 0 \Leftrightarrow 2\log_2 x - \log 2 \cdot \log_2 x - \log_2 x \cdot \log x > 0 \\
&\Leftrightarrow \log_2 x(2 - \log 2 - \log x) > 0 \Leftrightarrow \log_2 x(\log 50 - \log x) > 0 \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x > 0 \\ \log 50 - \log x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 50 \\ x < 1 \vee 50 < x \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 50. \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x < 0 \\ \log 50 - \log x < 0 \end{cases}
\end{aligned}$$

- Câu 46:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R . Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên R thỏa mãn $F(1) - 3G(1) = 4$ và $F(0) - 3G(0) = 6$. Nếu $f(1) = 2$ thì $\int_0^1 xf'(x)dx$ bằng
- A. 3. B. -1. C. 2. **D. 1.**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $F(1) - 3G(1) = 4$ và $F(0) - 3G(0) = 6 \Rightarrow F(0) - F(1) + 3G(1) - 3G(0) = 2$

$$\text{Tính } I = \int_0^1 xf'(x)dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}.$$

$$\Rightarrow I = x \cdot f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 f(x)dx = f(1) - \int_0^1 f(x)dx$$

$$\text{Vì } F(x) \text{ là nguyên hàm của } f(x) \Rightarrow I = 2 - F(x) \Big|_0^1 = 2 + F(0) - F(1) \quad (1)$$

$$G(x) \text{ là nguyên hàm của } f(x) \Rightarrow I = 2 - G(x) \Big|_0^1 = 2 + G(0) - G(1) \quad (2)$$

$$\text{Lấy (1) - 3.(2) ta được: } I - 3I = 2 + F(0) - F(1) - 6 + 3G(0) - 3G(1) = -4 + 2 = -2 \Rightarrow I = 1.$$

- Câu 47:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{\cos x - 3}{2 \cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$?
- A. 4.** B. 3. C. 5. D. vô số.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } y' = \frac{(m-6)\sin x}{(2\cos x - m)^2}, \forall x \in (0; \pi). \text{ Vì } x \in (0; \pi) \text{ nên } \begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x \in (-1; 1) \end{cases}$$

Do đó, để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$ thì $y' < 0, \forall x \in (0; \pi)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-6 < 0 \\ \frac{m}{2} \notin (-1;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 6 \\ m \notin (-2;2) \end{cases} \Rightarrow m \in (-\infty; -2] \cup [2; 6).$$

Mà m nguyên dương nên $m \in \{2; 3; 4; 5\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên dương của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O, O' , bán kính đáy bằng a , AB là một dây cung của đường tròn (O) sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn (O) một góc 60° . Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng $(O'AB)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

B. $\frac{3a\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{3a\sqrt{7}}{14}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Lời giải

Chọn C

Chuẩn hóa $a = 1$.

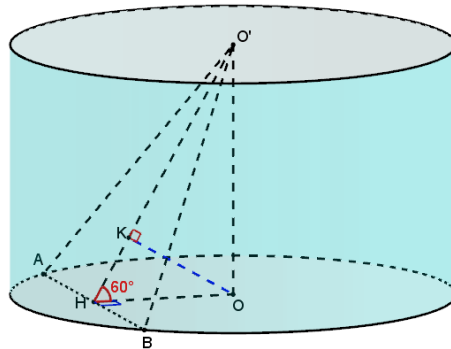
Gọi α là góc giữa mặt phẳng $(O'AB)$ và mặt phẳng chứa đường tròn (O) .

Gọi H là trung điểm của AB .

Khi đó $OH \perp AB$ và $OO' \perp AB$, suy ra $AB \perp (OO'H)$ hay $\alpha = \widehat{O'HO} = 60^\circ$.

Trong mặt phẳng $(O'OH)$, từ O kẻ $OK \perp O'H$ tại K .

Suy ra $OK \perp (O'AB) \Rightarrow d(O, (O'AB)) = OK$.



Ta có: tam giác $O'AB$ là tam giác đều nên đặt $O'A = O'B = AB = x, x > 0$.

Xét tam giác $O'OH$ vuông tại O , ta có:

$$\tan 60^\circ = \frac{OO'}{OH} \Leftrightarrow OO' = \sqrt{3}.OH \Leftrightarrow OO'^2 = 3OH^2 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 3\left(1 - \frac{x^2}{4}\right) \Leftrightarrow x^2 = \frac{16}{7} \Leftrightarrow x = \frac{4}{\sqrt{7}}.$$

$$\text{Khi đó: } OH = \frac{\sqrt{21}}{7}; OO' = \frac{3\sqrt{7}}{7}. \text{ Suy ra } OK = \frac{OO'.OH}{\sqrt{OO'^2 + OH^2}} = \frac{\frac{\sqrt{21}}{7} \cdot \frac{3\sqrt{7}}{7}}{\sqrt{\frac{3}{7} + \frac{9}{7}}} = \frac{3\sqrt{7}}{14}.$$

$$\text{Vậy } d(O, (O'AB)) = \frac{3a\sqrt{7}}{14}.$$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 64$. Hai điểm M, N

thuộc (S) sao cho $MN = 4\sqrt{7}$ và $OM^2 + ON^2 = 74$. Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng MN .

A. 5.

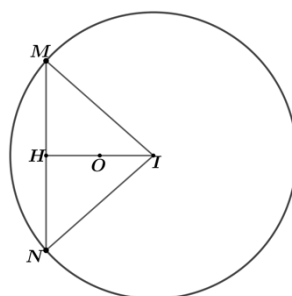
B. 8.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn D



(S) có tâm $I(2; -1; -2)$, bán kính $R = 8$ và $OI = 3$

Gọi H trung điểm $MN \Rightarrow IH = \sqrt{8^2 - (2\sqrt{7})^2} = 6$, $OH^2 = \frac{OM^2 + ON^2}{2} - \frac{MN^2}{4} = 9 \Rightarrow OH = 3$

Từ đó suy ra O là trung điểm $IH \Rightarrow d_{(O;MN)} = OH = 3$.

Câu 50: Ba bạn An, Bình, Chi lần lượt viết ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc tập hợp $M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng là một số chẵn bằng

A. $\frac{364}{729}$.

B. $\frac{41}{126}$.

C. $\frac{13}{64}$.

D. $\frac{164}{729}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 9^3 = 729$.

Gọi biến cố A : "ba số được viết ra có tổng là một số chẵn".

TH1: Ba số viết ra đều là số chẵn, có $4^3 = 64$.

TH2: Ba số viết ra có 1 số chẵn và 2 số lẻ, có $3 \times 4 \times 5^2 = 300$.

Theo quy tắc cộng, có: $n(A) = 64 + 300 = 364$.

Vậy xác suất $P(A) = \frac{364}{729}$.

----- HẾT -----