

Họ và tên thí sinh :..... SBD.....

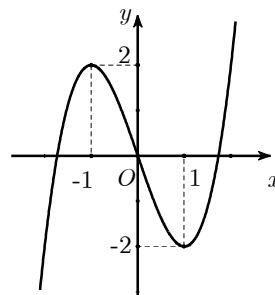
(Đề gồm 6 trang)

Mã Đề 108

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm:

- A. $x = 2$.
B. $x = -2$.
C. $x = -1$.
D. $x = 1$.



Câu 2. Hàm số $y = 2 - x^4$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-2; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-2; +\infty)$.

Câu 3. Cho số thực a dương tùy ý. Đặt $a^{\frac{5}{4}} \cdot \sqrt{a^3 a} = a^p$. Khẳng định **đúng** là:

- A. $p = \frac{19}{12}$. B. $p = \frac{23}{12}$. C. $p = \frac{13}{12}$. D. $p = \frac{23}{24}$.

Câu 4. Cho hình nón có bán kính đáy bằng R và độ dài đường sinh là l . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là

- A. $S_{xq} = \pi^2 Rl$. B. $S_{xq} = 2\pi Rl$. C. $S_{xq} = \pi Rl$. D. $S_{xq} = \pi R^2 l$.

Câu 5. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ bằng

- A. 2. B. $3i$. C. $-3i$. D. -3.

Câu 6. Tìm đạo hàm của hàm số $y = 19^x$

- A. $y' = x \cdot 19^{x-1}$ B. $y' = 19^x \ln 19$ C. $y' = 19 \cdot 18^x$ D. $y' = \frac{19^x}{\ln 19}$

Câu 7. Tìm $F(x) = \int x^{100} dx$

- A. $F(x) = \frac{x^{100}}{100} + C$. B. $F(x) = \frac{x^{101}}{102} + C$. C. $F(x) = \frac{x^{101}}{101} + C$. D. $F(x) = \frac{x^{99}}{99} + C$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = 3\vec{j} + \vec{k}$ và $\vec{b} = (1; m; 6)$. Giá trị của thực của m để $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$ bằng

- A. 3. B. -2. C. -3. D. 2.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x)^{-5}$ là

- A. $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$. B. $(0; 3)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$. D. $[0; 3]$.

Câu 10. Một tổ gồm 12 học sinh có 5 nam và 7 nữ. Số cách chọn ra hai học sinh gồm cả nam và nữ là

- A. $C_5^1 \cdot C_7^1$. B. $C_5^1 + C_7^1$. C. C_{12}^2 . D. A_{12}^2 .

Câu 11. Số tất cả các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 3}$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 12. Hàm số $f(x) = (x - 3)^4 + 2022$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 13. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 4$ khi quay quanh trục Ox là:

- A. $V = \pi \int_4^0 f^2(x) dx$. B. $V = \pi \int_0^4 |f(x)| dx$. C. $V = \pi \int_0^4 f(x) dx$. D. $V = \pi \int_0^4 f^2(x) dx$.

Câu 14. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, trục Oy có phương trình dạng:

- A. $\begin{cases} x = t \\ y = 1. \\ z = 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t. \\ z = 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1. \\ z = t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = t. \\ z = 1 \end{cases}$.

Câu 15. Cho số phức $z = \frac{25}{3 + 4i}$. Điểm biểu diễn hình học của số phức liên hợp của z trên mặt phẳng tọa độ Oxy là

- A. $N(15; -20)$. B. $Q(3; 4)$. C. $P(-15; 20)$. D. $M(3; -4)$.

Câu 16. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -\frac{x^4}{2} + x^2 + \frac{3}{2}$ và trục hoành là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(5) = 2$ và $\int_2^5 f'(x) dx = 5$. Tính $f(2)$.

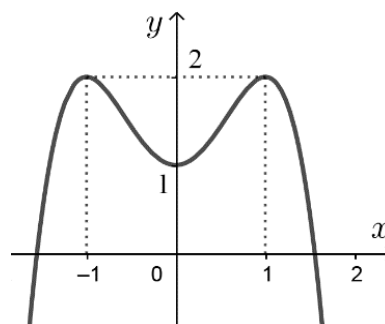
- A. -3. B. 2. C. -5. D. 3.

Câu 18. Viết thêm sáu số xen giữa hai số -2 và 256 để được một cấp số nhân có 8 số hạng. Nếu viết tiếp thì số hạng thứ 15 là bao nhiêu?

- A. -32768. B. 16384. C. -16384. D. 32768.

Câu 19. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = |f(x)|$ nghịch biến trên khoảng dưới đây?

- A. $(-1; 1)$.
B. $(1; +\infty)$.
C. $(0; 1)$.
D. $(-\infty; -2)$.



Câu 20. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước 1, 4, 6 bằng

- A. 53π . B. 104π . C. 52π . D. 72π .

Câu 21. Hàm số nào dưới đây luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{x+1}{x-3}$. B. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. C. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^{-x}$. D. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $M(6;2;-5)$, $N(-4;0;7)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình dạng:

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 31$. B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 62$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62$. D. $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z-6)^2 = 124$.

Câu 23. Phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$ có hai nghiệm là z_1, z_2 . Giá trị của $|z_1 - z_2|$ bằng

- A. 2. B. 6. C. 3. D. 4.

Câu 24. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$ bằng

- A. 1. B. -2. C. 2. D. -1.

Câu 25. Cho (H) là khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, thể tích của (H) bằng $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Độ dài cạnh của khối lăng trụ (H) là

- A. $\sqrt[3]{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. C. 1. D. $\frac{\sqrt[3]{16}}{3}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ và $(Q): -x - 2y + 2z - 12 = 0$ lần lượt chứa hai mặt bên của một hình lập phương. Thể tích khối lập phương đó bằng

- A. 125. B. 81. C. 64. D. 27.

Câu 27. $x = -3$ không là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $\log_5(2x+11) \geq 1$. B. $\ln|x| \geq 1$. C. $\log_2(x+4) < 1$. D. $\log_6(3-x) > 1$.

Câu 28. Đồ thị của hàm số $y = \frac{bx-2}{x+a}$ nhận điểm $I(-2;3)$ làm tâm đối xứng. Khi đó:

- A. $a+b=5$. B. $a+b=3$. C. $a+b=-1$. D. $a+b=1$.

Câu 29. Một tổ có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ là

- A. $\frac{1}{14}$. B. $\frac{1}{210}$. C. $\frac{13}{14}$. D. $\frac{209}{210}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Cạnh SC tạo với mặt (ABC) một góc là φ . Tính $\tan \varphi$.

- A. $\tan \varphi = \sqrt{2}$. B. $\tan \varphi = \sqrt{3}$. C. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 31. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3mx$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

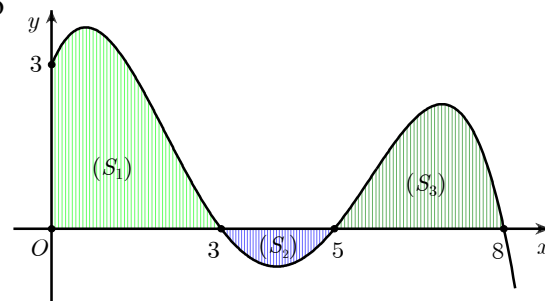
- A. $m \leq -1$. B. $m \geq -1$. C. $m \geq 1$. D. $m \leq 3$.

Câu 32. Đặt $a = \ln 2$ và $b = \ln 5$. Rút gọn biểu thức $P = \ln \frac{2}{5} + \ln \frac{5}{8} + \ln \frac{8}{11} + \ln \frac{11}{14} + \dots + \ln \frac{7997}{8000}$ là

- A. $P = 6a - 3b$. B. $P = 5a - 3b$. C. $P = 3a - 6b$. D. $P = -5a - 3b$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0; 8]$ và có đồ thị như hình vẽ. Trong các giá trị sau, giá trị nào lớn nhất?

- A. $\int_0^3 f(x) dx$. B. $\int_3^8 f(x) dx$.
C. $\int_0^8 f(x) dx$. D. $\int_0^5 f(x) dx$.



Câu 34. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt phẳng (α) chứa trục Ox và đi qua điểm $M(2; -1; 3)$ có phương trình dạng

- A. $3x - z = 0$. B. $x + 2y + z - 3 = 0$. C. $3y + z = 0$. D. $-y + 3z = 0$.

Câu 35. Có bao nhiêu số thực a thỏa mãn $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + a} dx = \frac{1}{2}$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $5^{|f(x)|} - 125 = 0$ là

- A. 4. B. 5.
C. 6. D. 7.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			1			$+\infty$	

Red arrows indicate the function values at the critical points: from $+\infty$ at $x=-\infty$ down to -3 at $x=-1$, up to 1 at $x=0$, down to -3 at $x=1$, and up to $+\infty$ at $x=+\infty$.

Câu 37. Hàm số $f(x)$ liên tục và thỏa mãn $f(0) = 2$ và $\int_0^2 (2x - 4) f'(x) dx = 0$. Tính $I = \int_0^1 f(2x) dx$.

- A. $I = -2$. B. $I = 4$. C. $I = 0$. D. $I = 2$.

Câu 38. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác vuông cân tại A . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt đáy trùng với trung điểm của cạnh BC . Biết cạnh $AA' = a\sqrt{3}$ và tạo với mặt đáy của hình lăng trụ một góc 60° . Khoảng cách từ đỉnh C' đến mặt $(A'BC)$ bằng

- A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{2a}{3}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x + 3, & \text{khi } x < 2 \\ 4x^3 - 1, & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $F(0) = 3$. Giá trị $F(3) - 5F(-5)$ bằng

- A. 12. B. 16. C. 13. D. 7.

Câu 40. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, Đường thẳng Δ cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x-y+z-4=0$ lần lượt tại M, N sao cho tam giác OMN nhận $G\left(\frac{4}{3}; 0; 1\right)$ làm trọng tâm. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+3t \\ z=3+2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=0 \\ y=-1+t \\ z=3+4t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=1+2t \\ z=t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+2t \\ z=1+t \end{cases}$

Câu 41. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(3^x + 3^{6-x} - 246)\sqrt{5 - \ln(x+3)} \geq 0$ là

A. 144.

B. 145.

C. 146.

D. 147.

Câu 42. Hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 6. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh B_1C_1, CD và O, O_1 lần lượt là tâm các hình vuông $ABCD, A_1B_1C_1D_1$. Thể tích tứ diện $MNOO_1$ bằng

A. 9.

B. 12.

C. 18.

D. 27.

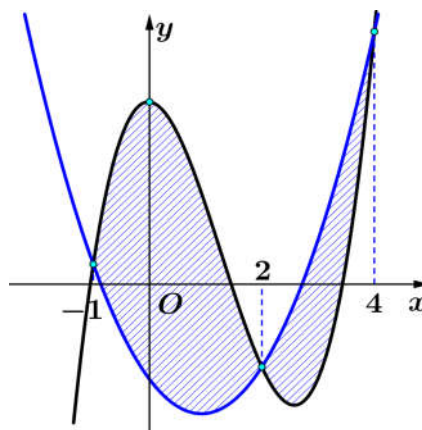
Câu 43. Cho hai hàm đa thức $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $g(x) = mx^2 + nx + p$. Biết rằng đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-1; 2; 4$, đồng thời cắt trục tung lần lượt tại M, N sao cho $MN = 6$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đã cho (phần gạch sọc) có diện tích bằng

A. $\frac{125}{8}$.

B. $\frac{253}{24}$.

C. $\frac{253}{16}$.

D. $\frac{253}{12}$.



Câu 44. Có tất cả bao nhiêu số phức w thỏa mãn điều kiện $2w.\bar{w} = 1$ và $\frac{w}{w^2}$ là số thuần ảo?

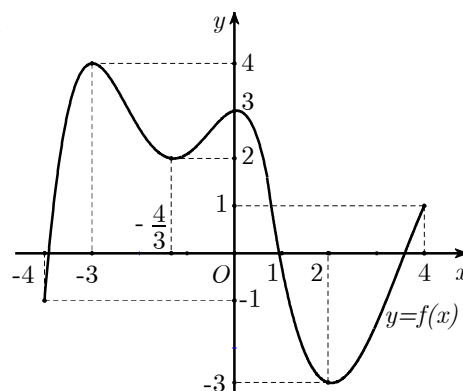
A. 4.

B. 6.

C. 3.

D. 2.

Câu 45. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $[-4; 4]$, có các điểm cực trị trên $(-4; 4)$ là $-3; -\frac{4}{3}; 0; 2$ và có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x^3 + 3x) + m$ với m là tham số. Gọi m_1 là giá trị của m để $\max_{x \in [0; 1]} g(x) = 2022$, m_2 là giá trị của m để $\min_{x \in [-1; 0]} g(x) = 2004$. Giá trị của $m_1 - m_2$ bằng



A. 12.

B. 13.

C. 11.

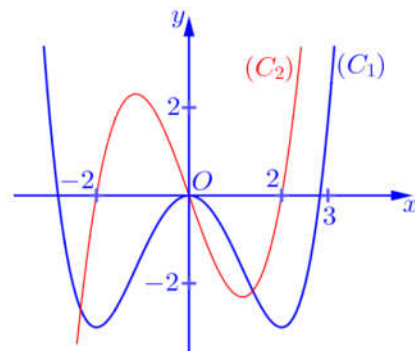
D. 14.

Câu 46. Cho hình trụ tròn xoay có hai đáy là hai hình tròn $(I; \sqrt{7})$ và $(J; \sqrt{7})$. Biết rằng tồn tại dây cung EF của đường tròn $(I; \sqrt{7})$ sao cho tam giác JEF là tam giác đều và mặt phẳng (JEF) hợp với mặt đáy của hình trụ một góc bằng 60° . Thể tích V của khối trụ đã cho là

- A. $V = 21\pi$. B. $V = 7\sqrt{6}\pi$. C. $V = 14\pi$. D. $V = 28\pi$.

Câu 47. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị (C_1) và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị (C_2) như hình vẽ bên. Số điểm cực đại của đồ thị hàm số $g(x) = f[e^{-x} \cdot f(x)]$ trên khoảng $(-\infty; 3)$ là

- A. 5.
B. 3.
C. 6.
D. 4.



Câu 48. Có tất cả bao nhiêu số b nguyên dương sao cho tồn tại đúng hai số thực a thỏa mãn đẳng thức

$$b \cdot 2^{a^2 - 6a - 1} + b^2 \cdot 2^{2a^2 - 12a - 1} - 3 = 7 \log_2(a^2 - 6a + \log_2 b)?$$

- A. 1024. B. 1023. C. 2047. D. 2048.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): (x+5)^2 + y^2 + z^2 = 25$, $(S_2): (x+5)^2 + y^2 + z^2 = 100$ và điểm $K(8; 0; 0)$. Đường thẳng Δ đi động nhưng luôn tiếp xúc với (S_1) , đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm M, N . Tam giác KMN có thể có diện tích lớn nhất bằng

- A. $90\sqrt{3}$. B. $50\sqrt{6}$. C. $100\sqrt{2}$. D. $100\sqrt{3}$.

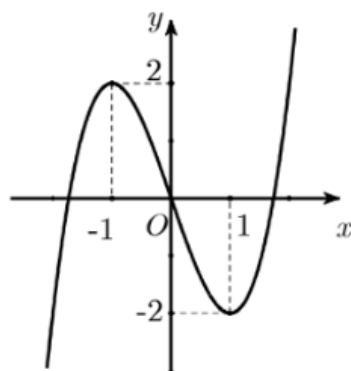
Câu 50. Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1| = 2$, $|z_2| = \sqrt{3}$, $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |3z_1 - z_2 - 10 + 5i| + 2$ bằng

- A. $10\sqrt{3} - 2\sqrt{5}$. B. $3\sqrt{5} - 1$. C. $2 + 2\sqrt{5}$. D. $8 - 2\sqrt{5}$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm:



A. $x = 2$.

B. $x = -2$.

C. $x = -1$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -1$.

Câu 2: Hàm số $y = 2 - x^4$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y = 2 - x^4 \Rightarrow y' = -4x^3$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

BBT:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	$-\infty$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 3: Cho số thực a dương tùy ý. Đặt $a^{\frac{5}{4}} \sqrt{a^3 a} = a^p$. Khẳng định **đúng** là:

A. $p = \frac{19}{12}$.

B. $p = \frac{23}{12}$.

C. $p = \frac{13}{12}$.

D. $p = \frac{23}{24}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $a^p = a^{\frac{5}{4}} \sqrt{a^3 a} = a^{\frac{5}{4}} \sqrt{a \cdot a^3} = a^{\frac{5}{4}} \sqrt{a^4} = a^{\frac{5}{4}} \cdot a^{\frac{2}{2}} = a^{\frac{23}{12}}$.

Câu 4: Cho hình nón có bán kính đáy bằng R và độ dài đường sinh là l . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là

- A. $S_{xq} = \pi^2 Rl$. B. $S_{xq} = 2\pi Rl$. C. $S_{xq} = \pi Rl$. D. $S_{xq} = \pi R^2 l$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi Rl$.

Câu 5: Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$

- A. 2 B. $3i$ C. $-3i$ D. -3

Lời giải

Chọn D

Ta có phần ảo của số phức z là -3 .

Câu 6: Tìm đạo hàm của hàm số $y = 19^x$

- A. $y' = x \cdot 19^{x-1}$ B. $y' = 19^x \cdot \ln 19$ C. $y' = 19 \cdot 18^x$ D. $y' = \frac{19^x}{\ln 19}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 19^x \cdot \ln 19$.

Câu 7: Tìm $F(x) = \int x^{100} dx$

- A. $F(x) = \frac{x^{100}}{100} + C$. B. $F(x) = \frac{x^{101}}{102} + C$.
C. $F(x) = \frac{x^{101}}{101} + C$. D. $F(x) = \frac{x^{99}}{99} + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $F(x) = \int x^{100} dx = \frac{x^{101}}{101} + C$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = 3\vec{j} + \vec{k}$ và $\vec{b} = (1; m; 6)$. Giá trị của thực của m để $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$ bằng

- A. 3. B. -2. C. -3. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{a} = (0; 3; 1)$.

Để $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$ thì $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 0 \cdot 1 + 3 \cdot m + 6 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow m = -2$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x)^{-5}$ là

- A. $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$. B. $(0; 3)$.
C. $\mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$. D. $[0; 3]$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{ĐKXĐ: } x^2 - 3x \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 3 \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$

Câu 10: Một tổ gồm 12 học sinh có 5 nam và 7 nữ. Số cách chọn ra hai học sinh gồm cả nam và nữ là

A. $C_5^1 \cdot C_7^1$.

B. $C_5^1 + C_7^1$.

C. C_{12}^2 .

D. A_{12}^2 .

Lời giải

Chọn A

Chọn 1 học sinh nam có C_5^1 cách

Chọn 1 học sinh nữ có C_7^1 cách

Theo quy tắc nhân, số cách chọn $C_5^1 \cdot C_7^1$ cách

Câu 11: Số tất cả các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 3}$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$\text{ĐKXĐ: } x^2 - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm\sqrt{3}$$

Ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 3} = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 3} = 2$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 2$

$\lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^+} y = \lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^+} \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 3} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^-} y = \lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^-} \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 3} = -\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = \sqrt{3}$

$\lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^+} y = \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^+} \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 3} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^-} y = \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^-} \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 3} = +\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = -\sqrt{3}$

Vậy hàm số có 3 đường tiệm cận

Câu 12: Hàm số $f(x) = (x-3)^4 + 2022$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = 4(x-3)^3, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x-3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	2022	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có một cực trị

Câu 13: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 4$ khi quay quanh trục Ox là

A. $V = \pi \int_4^0 f^2(x) dx.$ B. $V = \pi \int_0^4 |f(x)| dx.$ C. $V = \pi \int_0^4 f(x) dx.$ **D. $V = \pi \int_0^4 f^2(x) dx.$**

Lời giải

Chọn D

Câu 14: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, trục Oy có phương trình dạng:

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases}.$ **B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}.$** C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}.$ D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}.$

Lời giải

Chọn D

Trục Oy có 1 VTCP $\vec{a} = (0; 1; 0)$ và đi qua điểm $O(0; 0; 0)$.

Câu 15: Cho số phức $z = \frac{25}{3+4i}$. Điểm biểu diễn hình học của số phức liên hợp của z trên mặt phẳng tọa độ Oxy là

A. $N(12; -20).$ **B. $Q(3; 4).$** C. $P(-15; 20).$ D. $M(3; -4).$

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = \frac{25}{3+4i} = \frac{25(3-4i)}{3^2+4^2} = 3-4i \Rightarrow \bar{z} = 3+4i.$

Câu 16: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -\frac{x^4}{2} + x^2 + \frac{3}{2}$ và trục hoành là

A. 4. B. 3. **C. 2.** D. 1.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành là: $-\frac{x^4}{2} + x^2 + \frac{3}{2} = 0$

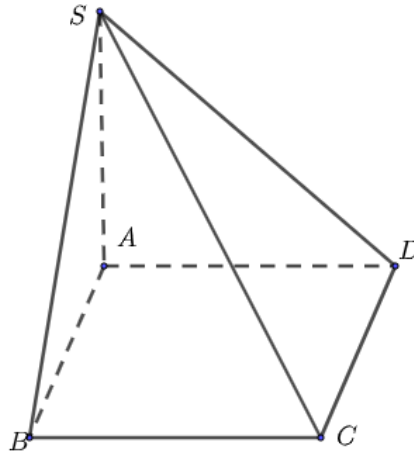
$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}.$

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $V = \frac{2\sqrt{6}a^3}{3}.$ B. $V = \sqrt{3}a^3.$ C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}.$ D. $V = \frac{2a^3}{3}.$

Lời giải

Chọn A



Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật,

$$SA \perp (ABCD) \quad CB \perp (SAB) \Rightarrow \left(\widehat{SC, (SAB)} \right) = \widehat{CSB} = 30^\circ.$$

$$\text{Có } SB = \frac{BC}{\tan 30^\circ} = 3a \Rightarrow SA = 2\sqrt{2}a.$$

$$\text{Diện tích } ABCD \text{ là } S = a^2\sqrt{3}.$$

$$\text{Thể tích } V \text{ của khối chóp } S.ABCD: V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{2\sqrt{6}a^3}{3}.$$

Câu 18: Trong các hàm số sau, hàm số nào có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu?

A. $y = x^4 - x^2 + 3$. **B.** $y = x^4 + x^2 + 3$. **C.** $y = -x^4 - x^2 + 3$. **D.** $y = -x^4 + x^2 + 3$.

Lời giải

Chọn D

Để hàm số bậc bốn trùng phương có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu thì

$$\begin{cases} a \cdot b < 0 \\ a < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ a < 0 \end{cases}. \text{ Do đó } y = -x^4 + x^2 + 3.$$

Câu 19: Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x - 1}$. **B.** $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$. **C.** $y = \sqrt{x^2 - 1}$. **D.** $y = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$.

Lời giải

Chọn A

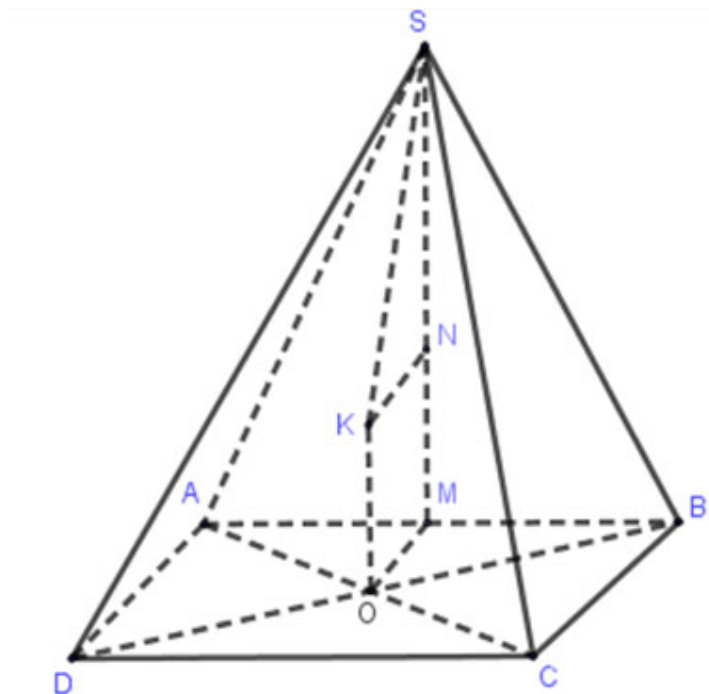
$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 3x + 2}{x - 1} = +\infty, \text{ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng } x = 1.$$

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật , $AD = 2$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \frac{16\pi}{3}$. **B.** $V = \frac{10\pi}{3}$. **C.** $V = \frac{32\pi}{3}$. **D.** $V = \frac{20\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $O = AC \cap DB$;

M là trung điểm AB , $\triangle SAB$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy

$\Rightarrow SM \perp (ABCD)$. Do $OM \parallel BC \Rightarrow OM \perp (SAB)$.

N là trọng tâm $\triangle SAB$ đều, nên N là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SAB$;

Từ N, O dựng các đường lần lượt song song với $OM; SM$, cắt nhau tại K Dựng

$NK \parallel OM \Rightarrow NK \perp (SAB)$; $OK \parallel SM \Rightarrow OK \perp (ABCD)$. Vậy K là tâm mặt cầu ngoại tiếp

hình chóp đã cho; bán kính mặt cầu $R = SK$.

$$\text{Có } NK = OM = \frac{AD}{2} = 1; SN = \frac{2}{3}SM = \frac{2}{3}.AB \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

$$SK = \sqrt{SN^2 + KN^2} = 2.$$

$$\text{Thể tích } V \text{ của khối cầu ngoại tiếp hình chóp là } V = \frac{4}{3}\pi.(2)^3 = \frac{32\pi}{3}$$

Câu 21: Hàm số nào dưới đây luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{x+1}{x-3}$.

B. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$.

C. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^{-x}$.

D. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^{-x} = \left(\frac{e}{2}\right)^x$ có cơ số $a = \frac{e}{2} > 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^{-x}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(6; 2; -5)$, $N(-4; 0; 7)$. Mặt cầu đường kính  có phương trình dạng:

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 31$.

B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 62$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62$.

D. $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z-6)^2 = 124$.

Lời giải

Chọn C

Tâm của mặt cầu là trung điểm I của $MN \Rightarrow I(1;1;1)$; bán kính $R = \frac{MN}{2} = \sqrt{62}$.

Khi đó mặt cầu đường kính MN có phương trình dạng:

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62.$$

Câu 23: Phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$ có hai nghiệm là z_1, z_2 . Giá trị của $|z_1 - z_2|$ bằng

A. 2.

B. 6.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + 3i \\ z_2 = -1 - 3i \end{cases}. \text{ Suy ra } |z_1 - z_2| = |6i| = 6.$$

Câu 24: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$ bằng

A. 1.

B. -2.

C. 2.

D. -1.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } 2^{2x^2+5x+4} = 4 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 4 = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -\frac{1}{2} \\ x_2 = -2 \end{cases}.$$

Khi đó $x_1 \cdot x_2 = 1$.

Câu 25: Cho (H) là khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, thể tích của (H) bằng

$\frac{\sqrt{3}}{4}$. Độ dài cạnh của khối lăng trụ (H) là

A. $\sqrt[3]{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

C. 1.

D. $\frac{\sqrt[3]{16}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi cạnh của hình lăng trụ là a

$$\text{Đáy lăng trụ là tam giác đều cạnh } a \text{ nên có đường cao } h_a = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \frac{a\sqrt{3}}{2} a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Có } V = S_{ABC} \cdot h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a$$

$$\text{mà } V = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \cdot \sqrt{3}}{4} \Rightarrow a^3 = 1 \Rightarrow a = 1.$$

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ và $(Q): -x - 2y + 2z - 12 = 0$ lần lượt chứa hai mặt bên của một hình lập phương. Thể tích khối lập phương đó bằng?

A. 125.

B. 81.

C. 64.

D. 27.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; -2)$

$\vec{n}_{(Q)} = (-1; -2; 2)$

$\Rightarrow \vec{n}_{(P)} = -\vec{n}_{(Q)} \Rightarrow (P) \parallel (Q) \Rightarrow$ Cạnh của hình lập phương là khoảng cách từ (P) đến (Q) .

$$\text{Chọn } A(0;0;\frac{3}{2}) \in (P) \Rightarrow d((P);(Q)) = d(A;(Q)) = \frac{|2 \cdot \frac{3}{2} - 12|}{\sqrt{1+4+4}} = 3.$$

$$\text{Vậy } V = 3^3 = 27.$$

Câu 27: $x = -3$ không là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A. $\log_5(2x+11) \geq 1.$

B. $\ln|x| \geq 1.$

C. $\log_2(x+4) < 1.$

D. $\log_6(3-x) > 1.$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Xét } \log_6(3-x) > 1 \quad (1)$$

$$\text{Điều kiện: } 3-x > 0 \Leftrightarrow x < 3 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow 3-x > 6 \Leftrightarrow x < -3 \text{ kết hợp điều kiện } x < 3.$$

$\Rightarrow$ Tập nghiệm của bất pt $T = (-\infty; -3)$ mà $x = -3 \notin T \Rightarrow -3$ không là nghiệm của bất phương trình (1).

Câu 28: Đồ thị hàm số $y = \frac{bx-2}{x+a}$ nhận điểm $I(-2;3)$ làm tâm đối xứng. Khi đó:

A. $a+b=5.$

B. $a+b=3.$

C. $a+b=-1.$

D. $a+b=1.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Có } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{bx-2}{x+a} = b \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng } y=b.$$

$$\lim_{x \rightarrow -a} y = \lim_{x \rightarrow -a} \frac{bx-2}{x+a} = \infty \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng } x=-a.$$

$$\Rightarrow (-a;b) \text{ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số. Theo bài ra tâm đối xứng là } I(-2;3)$$

$$\Rightarrow -a = -2 \text{ và } b = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a+b=5.$$

Câu 29: Một tổ có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ là

A. $\frac{1}{14}.$

B. $\frac{1}{210}.$

C. $\frac{13}{14}.$

D. $\frac{209}{210}.$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có số cách để chọn 4 học sinh là: } n(\Omega) = C_{10}^4 = 210$$

Gọi A : “Trong 4 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ”

Suy ra, $\bar{A}$: “Trong 4 học sinh được chọn không có học sinh nữ”

$$\Rightarrow n(\bar{A}) = C_6^4 = 15$$

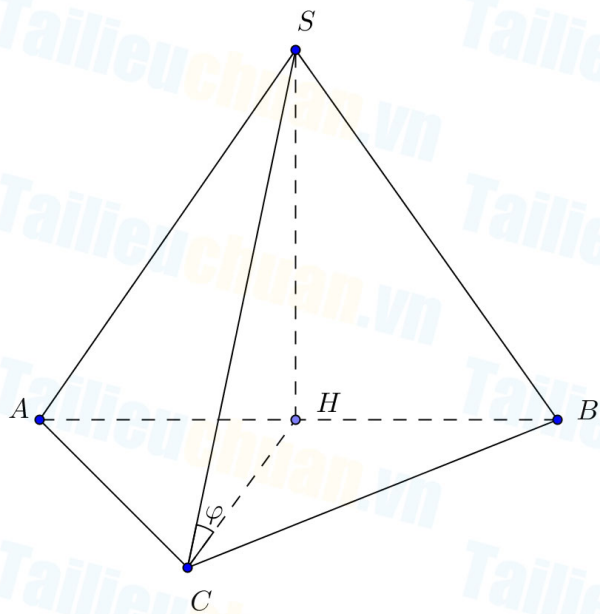
$$n(A) = 210 - 15 = 195 \Rightarrow P(A) = \frac{195}{210} = \frac{13}{14}.$$

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Cạnh SC tạo với mặt phẳng (ABC) một góc là φ . Tính $\tan \varphi$.

- A. $\tan \varphi = \sqrt{2}$. B. $\tan \varphi = \sqrt{3}$. C. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Kẻ $SH \perp AB$

Vì $\triangle SAB$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy $\Rightarrow SH \perp (ABC)$.

$\Rightarrow CH$ là hình chiếu của SC lên $(ABC) \Rightarrow \widehat{(SC, (ABC))} = \widehat{(SC, CH)} = \widehat{SCH} = \varphi$

$\triangle ABC$ là tam giác vuông cân tại $C \Rightarrow CH = \frac{AB}{2}$

$\triangle SAB$ đều $\Rightarrow SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$.

$\tan \varphi = \frac{SH}{CH} = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{AB} = \sqrt{3}$.

Câu 31: Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3mx$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

- A. $m \leq -1$. B. $m \geq -1$. C. $m \geq 1$. D. $m \leq 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x + 3m$

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \leq 0, \forall x$

$$\Leftrightarrow -3x^2 + 6x + 3m \leq 0, \forall x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 + 9m \leq 0 \\ a = -3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -1$$

Câu 32: Đặt $a = \ln 2$ và $b = \ln 5$. Rút gọn biểu thức $P = \ln \frac{2}{5} + \ln \frac{5}{8} + \ln \frac{8}{11} + \ln \frac{11}{14} + \dots + \ln \frac{7997}{8000}$ là

A. $P = 6a - 3b$. **B.** $P = 5a - 3b$. **C.** $P = 3a - 6b$. **D.** $P = -5a - 3b$.

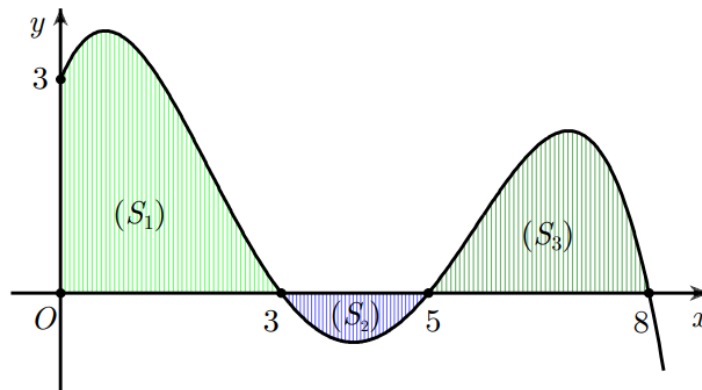
Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= \ln \frac{2}{5} + \ln \frac{5}{8} + \ln \frac{8}{11} + \ln \frac{11}{14} + \dots + \ln \frac{7997}{8000} \\ &= \ln 2 - \ln 5 + \ln 5 - \ln 8 + \ln 8 - \ln 11 + \dots + \ln 7997 - \ln 8000 \\ &= \ln 2 - \ln 8000 = \ln 2 - \ln(2^6 \cdot 5^3) = \ln 2 - 6\ln 2 - 3\ln 5 \\ &= -5\ln 2 - 3\ln 5 = -5a - 3b \end{aligned}$$

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0; 8]$ và có đồ thị như hình vẽ.



. Trong các giá trị sau, giá trị nào lớn nhất?

A. $\int_0^3 f(x)dx$. **B.** $\int_3^8 f(x)dx$. **C.** $\int_0^8 f(x)dx$. **D.** $\int_0^5 f(x)dx$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_0^8 f(x)dx = S_1 - S_2 + S_3$. Mà nhận thấy rằng $S_3 > S_2$ nên:

$$\int_0^8 f(x)dx > S_1 = \int_0^3 f(x)dx > S_1 - S_2 = \int_0^5 f(x)dx \quad (1)$$

$$\text{Và hiển nhiên ta luôn có } \int_0^8 f(x)dx > \int_0^3 f(x)dx > \int_0^1 f(x)dx \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\int_0^8 f(x)dx$ đạt giá trị lớn nhất trong 4 giá trị trên.

Câu 34: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt phẳng (α) chứa trục Ox và đi qua điểm $M(2; -1; 3)$ có phương trình dạng

- A. $3x - z = 0$. B. $x + 2y + z - 3 = 0$. C. $3y + z = 0$. D. $-y + 3z = 0$.

Lời giải

Chọn C

C1: Gọi $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$. Do (α) chứa trục Ox nên $a = 0, d = 0$.

Khi đó: $(\alpha): by + cz = 0$. Mà (α) qua điểm $M(2; -1; 3)$ nên $-b + 3c = 0 \Rightarrow b = 3; c = 1$.

Vậy $(\alpha): 3y + z = 0$.

Cách 2: Vectơ chỉ phương của trục Ox là $\vec{i} = (1; 0; 0)$

Vectơ $\overrightarrow{OM} = (2; -1; 3)$

Khi đó véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = [\vec{i}, \overrightarrow{OM}] = (0; -3; -1) = -(0; 3; 1)$

Phương trình mặt phẳng (α) có dạng: $0.(x-0) + 3.(y-0) + 1.(z-0) = 0 \Leftrightarrow 3y + z = 0$.

Câu 35: Có bao nhiêu số thực a thỏa mãn $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + a} dx = \frac{1}{2}$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\int_0^1 \frac{x}{x^2 + a} dx = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{2x}{x^2 + a} dx = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \ln|x^2 + a| \Big|_0^1 = 1 \Leftrightarrow \ln|1 + a| - \ln|a| = 1$$

$$\Leftrightarrow \ln\left|\frac{1+a}{a}\right| = 1 \quad (a \neq 0) \Leftrightarrow \left|\frac{1+a}{a}\right| = e \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1+a}{a} = e \\ \frac{1+a}{a} = -e \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(e-1) = 1 \\ a(e+1) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{e-1} \\ a = \frac{-1}{e+1} \end{cases}$$

Vậy có hai số thực a thỏa mãn.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			1			-3	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $5^{|f(x)|} - 125 = 0$ là

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } 5^{|f(x)|} - 125 = 0 \Leftrightarrow 5^{|f(x)|} = 5^3 \Leftrightarrow |f(x)| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 3 \\ f(x) = -3 \end{cases}$$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

+ $f(x) = 3$ thì phương trình có hai nghiệm

+ $f(x) = -3$ thì phương trình có hai nghiệm

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm

Câu 37: Hàm số $f(x)$ liên tục và thỏa mãn $f(0) = 2$ và $\int_0^2 (2x-4)f'(x)dx = 0$. Tính $I = \int_0^1 f(2x)dx$

A. $I = -2$.

B. $I = 4$.

C. $I = 0$.

D. $I = 2$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Xét } \int_0^2 (2x-4)f'(x)dx = 0$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 2x-4 \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = f(x) \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \int_0^2 (2x-4)f'(x)dx = (2x-4)f(x)\Big|_0^2 - \int_0^2 2f(x)dx = 4f(0) - 2\int_0^2 f(x)dx = 8 - 2\int_0^2 f(x)dx$$

$$\text{Theo giả thiết } \int_0^2 (2x-4)f'(x)dx = 0 \text{ Suy ra } \int_0^2 f(x)dx = 4$$

$$\text{Xét } I = \int_0^1 f(2x)dx \text{ Đặt } t = 2x \Rightarrow dt = 2dx$$

$$\text{Đổi cận } \begin{matrix} x=0 \rightarrow t=0 \\ x=1 \rightarrow t=2 \end{matrix}$$

$$\text{Từ đó: } I = \frac{1}{2} \int_0^2 f(t)dt = 2.$$

Câu 38: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác vuông cân tại A . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt đáy trùng với trung điểm của cạnh BC . Biết cạnh $AA' = a\sqrt{3}$ và tạo với đáy của lăng trụ một góc 60° . Tính khoảng cách từ đỉnh C' đến mặt phẳng $A'BC$ bằng

A. $\frac{3a}{4}$.

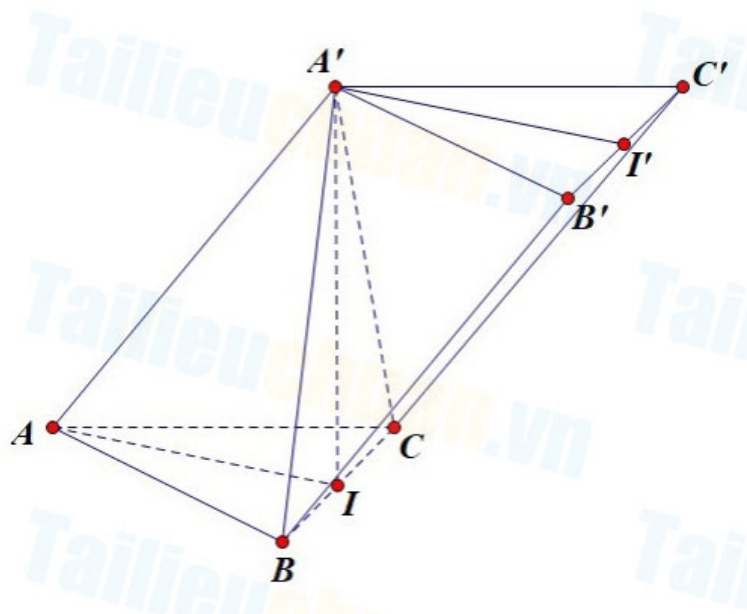
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của cạnh BC . Góc tạo bởi AA' với đáy của lăng trụ là góc $A'AI$ nên góc $A'AI$ bằng 60° . Gọi I' là trung điểm của $B'C'$

Ta có: $B'C' \parallel BC \subset (A'BC)$ nên $d_{(C', (A'BC))} = d_{(I, (A'BC))}$

Ta lại có $\begin{cases} A'I' \perp A'I \\ A'I' \perp BC \end{cases} \Rightarrow A'I' \perp (A'BC)$

Xét $\triangle AA'I$: $\cos(\widehat{A'AI}) = \frac{AI}{AA'} \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Từ đó $d_{(C', (A'BC))} = d_{(I, (A'BC))} = A'I' = AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{khi } x < 2 \\ 4x^3-1 & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa

mãn $F(0) = 3$. Giá trị của $F(3) - 5F(-5)$ bằng

A. 12.

B. 16.

C. 13.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có $F(3) - 5F(-5) = (F(3) - F(0)) - 5(F(-5) - F(0)) - 4F(0)$

$$F(3) - 5F(-5) = \int_0^3 f(x) dx - 5 \int_0^{-5} f(x) dx - 12$$

$$F(3) - 5F(-5) = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx + 5 \int_{-5}^0 f(x) dx - 12$$

$$F(3) - 5F(-5) = \int_0^2 (2x+3) dx + \int_2^3 (4x^3-1) dx + 5 \int_{-5}^0 (2x+3) dx - 12$$

Vậy $F(3) - 5F(-5) = 12$.

Câu 40: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$. Đường thẳng Δ cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - y + z - 4 = 0$ lần lượt tại M, N sao cho tam giác OMN nhận $G\left(\frac{4}{3}; 0; 1\right)$

làm trọng tâm. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là:

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 2t \\ z = t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Do $N \in d$ nên: $N(1+t; -1+2t; 1-t)$. Theo giả thiết G là trọng tâm tam giác OMN

$$\Rightarrow M(3-t; 1-2t; 2+t). \text{ Mà } M \in (P) \Rightarrow (3-t) - (1-2t) + (2+t) - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 0$$

$$\Rightarrow M(3; 1; 2), N(1; -1; 1) \Rightarrow \overline{NM} = (2; 2; 1)$$

$$\text{Vậy: } \Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Câu 41: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(3^x + 3^{6-x} - 246)\sqrt{5 - \ln(x+3)} \geq 0$

A. 144

B. 145

C. 146

D. 147

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > -3 \\ 5 - \ln(x+3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x \leq e^5 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x \leq e^5 - 3. \text{ Với điều kiện trên ta có:}$$

$$(3^x + 3^{6-x} - 246)\sqrt{5 - \ln(x+3)} \geq 0 \Leftrightarrow 3^x + 3^{6-x} - 246 \geq 0 \Leftrightarrow 3^{2x} - 246 \cdot 3^x + 3^6 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x \leq 3 \\ 3^x \geq 243 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 5 \end{cases}$$

$$\text{Kết hợp điều kiện: } \begin{cases} -3 < x \leq 1 \\ 5 \leq x \leq e^5 - 3 \end{cases}. \text{ Do } x \text{ nguyên nên có: 145 giá trị } x \text{ thỏa mãn.}$$

Câu 42: Hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 6. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh B_1C_1 , CD và O, O_1 lần lượt là tâm các hình vuông $ABCD, A_1B_1C_1D_1$. Thể tích tứ diện $MNOO_1$ bằng

A. 9

B. 12

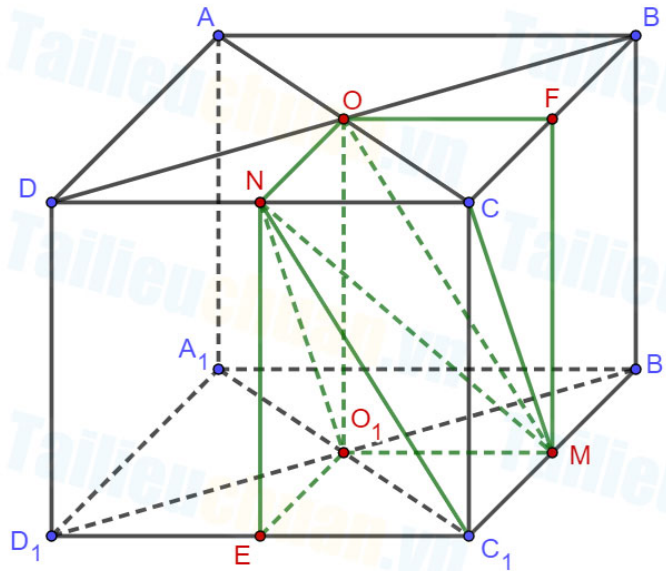
C. 18

D. 27

Lời giải

Chọn A

Cách 1:



Gọi E, F lần lượt là trung điểm của C_1D_1 và $BC \Rightarrow V_{ONCF.O_1EC_1M} = \frac{1}{4}V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1} = \frac{1}{4}.6^3 = 54$

Khi đó: $V_{MONO_1} = V_{ONCF.O_1EC_1M} - V_{M.ONCF} - V_{N.O_1EC_1M} - V_{M.NCC_1}$

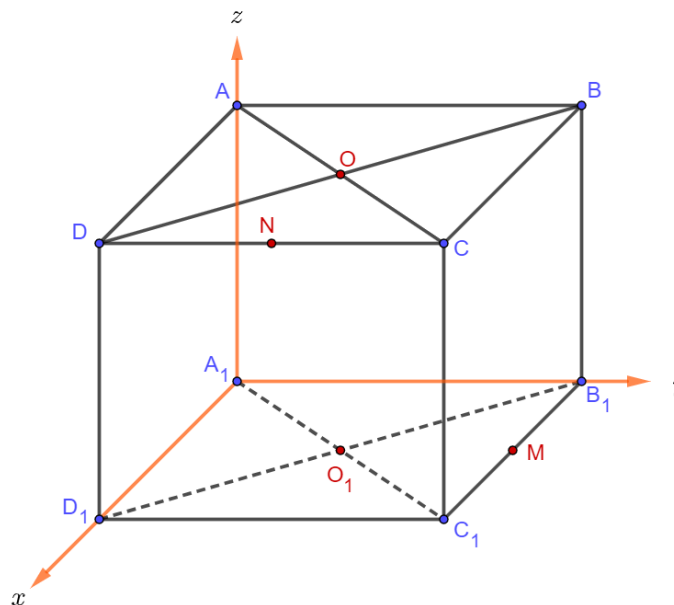
$$V_{M.ONCF.} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1} = \frac{1}{12} \cdot 6^3 = 18$$

$$V_{N.O_1E.C_1M} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1} = \frac{1}{12} \cdot 6^3 = 18$$

$$V_{M.NCC_1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1} = \frac{1}{24} \cdot 6^3 = 9$$

Vậy: $V_{MONO_1} = 9$

Cách 2:

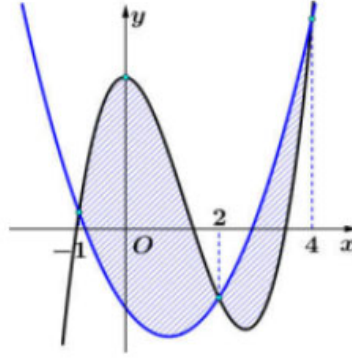


Dạng hệ trục như hình vẽ: $O_1(3;3;0)$, $O(3;3;6)$, $M(3;6;0)$, $N(6;3;6)$

Khi đó: $\overrightarrow{OO_1} = (0; 0; -6)$, $\overrightarrow{ON} = (3; 0; 0)$, $\overrightarrow{OM} = (0; 3; -6)$

$$\text{Vậy: } V_{OMNO_1} = \frac{1}{6} |[\overline{OM}, \overline{ON}] \cdot \overline{OO_1}| = 9$$

Câu 43: Cho hai hàm đa thức $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $g(x) = mx^2 + nx + p$. Biết rằng đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-1; 2; 4$, đồng thời cắt trục tung lần lượt tại M, N , sao cho $MN = 6$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đã cho (phần gạch sọc) có diện tích bằng



A. $\frac{125}{8}$

B. $\frac{253}{24}$

C. $\frac{253}{16}$

D. $\frac{253}{12}$

Lời giải

Chọn C

Do $y = f(x)$ và $y = g(x)$ nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-1; 2; 4$ nên:

$$f(x) - g(x) = a(x+1)(x-2)(x-4)$$

$$\text{Mà } f(0) - g(0) = y_M - y_N = 6 \Rightarrow a = \frac{3}{4} \Rightarrow f(x) - g(x) = \frac{3}{4}(x+1)(x-2)(x-4).$$

$$\text{Khi đó } S = \int_{-1}^4 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-1}^4 \left| \frac{3}{4}(x+1)(x-2)(x-4) \right| dx = \frac{253}{16}.$$

Câu 44: Có tất cả bao nhiêu số phức w thỏa mãn điều kiện $2w\overline{w} = 1$ và $\frac{w}{w^2}$ là số thuần ảo?

A. 4.

B. 6.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Đặt $w = x + yi$.

Điều kiện: $\overline{w^2} \neq 0 \Leftrightarrow w \neq 0$

$$\text{Ta có: } 2w\overline{w} = 1 \Leftrightarrow |w|^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = \frac{1}{2}.$$

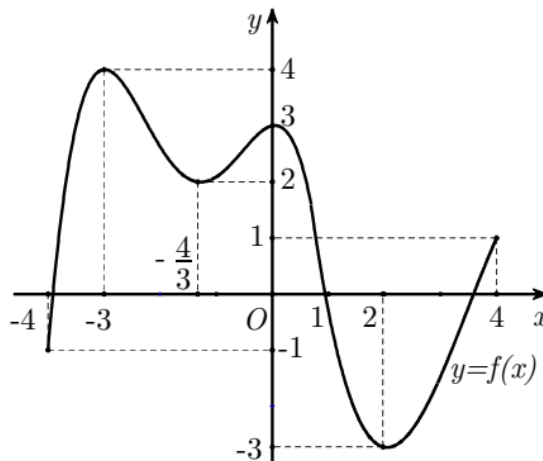
$$\text{Ta có: } \frac{w}{w^2} = \frac{w^3}{|w|^4} = \frac{(x+yi)^3}{(x^2+y^2)^2} = \frac{x^3+3x^2yi-3xy^2-y^3i}{(x^2+y^2)^2} = \frac{x^3-3xy^2}{(x^2+y^2)^2} + \frac{3x^2y-y^3}{(x^2+y^2)^2}i$$

$$\text{Để } \frac{w}{w^2} \text{ là số thuần ảo khi và chỉ khi } x^3 - 3xy^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 3y^2 \end{cases}$$

$$\text{Với } x = 0 \Rightarrow y = \frac{\pm\sqrt{2}}{2}.$$

Với $x^2 = 3y^2 \Rightarrow 4y^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow y = \frac{\pm\sqrt{2}}{4}$, với mỗi giá trị y ta được 2 giá trị x nên có 4 cặp (x, y) .
 Vậy có tất cả 6 số phức w cần tìm.

Câu 45: Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $[-4; 4]$, có các điểm cực trị trên $(-4; 4)$ là $-3; -\frac{4}{3}; 0; 2$ và có đồ thị như hình vẽ.



Đặt $g(x) = f(x^3 + 3x) + m$ với m là tham số. Gọi m_1 là giá trị của m để $\max_{x \in [0;1]} g(x) = 2022$,
 m_2 là giá trị của m để $\min_{x \in [0;1]} g(x) = 2004$. Giá trị của $m_1 - m_2$ bằng

A. 12.

B. 13.

C. 11.

D. 14.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $u(x) = x^3 + 3x$ có $u'(x) = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Với $\forall x \in [0; 1]$ thì $u(x) \in [0; 4]$.

Vậy suy ra $\max_{[0;1]} g(x) = f(0) + m = 3 + m = 2022 \Leftrightarrow m = 2019$. Suy ra $m_1 = 2019$.

Với $\forall x \in [-1; 0]$ thì $u(x) \in [-4; 0]$.

Vậy suy ra $\min_{[0;1]} g(x) = f(-4) + m = -1 + m = 2004 \Leftrightarrow m = 2005$. Suy ra $m_2 = 2005$.

Từ đó suy ra $m_1 + m_2 = 2019 - 2005 = 14$.

Câu 46: Cho hình trụ tròn xoay có hai đáy là hai hình tròn $(I; \sqrt{7})$ và $(J; \sqrt{7})$. Biết rằng tồn tại dây cung EF của đường tròn $(I; \sqrt{7})$ sao cho tam giác JEF là tam giác đều và mặt phẳng (JEF) hợp với mặt đáy của hình trụ một góc bằng 60° . Thể tích V của khối trụ đã cho là

A. $V = 21\pi$.

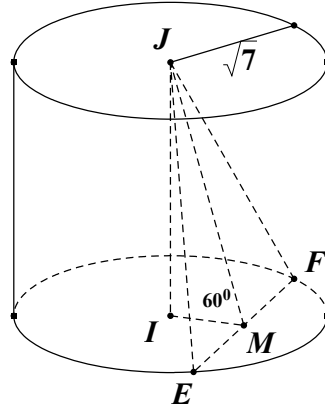
B. $V = 7\sqrt{6}\pi$.

C. $V = 14\pi$.

D. $V = 28\pi$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $IJ \perp (IEF)$.

Gọi M là trung điểm của EF thì $OM \perp EF$, $JM \perp EF \Rightarrow \widehat{JMI} = 60^\circ$.

Giả sử $IM = x$.

Khi đó $0 < x < \sqrt{7}$ và $IJ = x \cdot \tan \widehat{JMI} = x \cdot \tan 60^\circ = x\sqrt{3}$.

Xét $\triangle IME$, ta có: $EM^2 = R^2 - x^2 = 7 - x^2 \Rightarrow EM = \sqrt{7 - x^2}$.

Vì $\triangle JEF$ đều nên $JE = EF = 2EM = 2\sqrt{7 - x^2}$ (1).

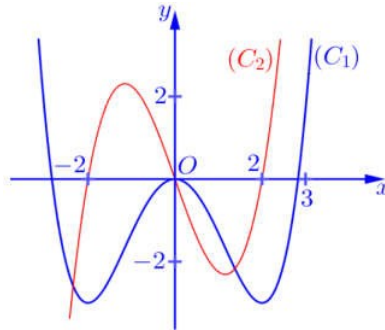
Mặt khác, $\triangle IJE$ vuông tại I nên $JE^2 = IJ^2 + IE^2 = 3x^2 + R^2 = 3x^2 + 7$ (2).

Từ (1), (2) $\Rightarrow 4(7 - x^2) = 3x^2 + 7 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \sqrt{3}$.

$\Rightarrow h = IJ = x\sqrt{3} = 3$.

Vậy thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi (\sqrt{7})^2 \cdot 3 = 21\pi$.

Câu 47: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị (C_1) và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị (C_2) như hình vẽ bên. Số điểm cực đại của đồ thị hàm số $g(x) = f(e^{-x} \cdot f(x))$ trên khoảng $(-\infty; 3)$ là



A. 5

Lời giải

Ta có

$$g(x) = f(e^{-x} \cdot f(x)) \Rightarrow g'(x) = f'(e^{-x} \cdot f(x)) (e^{-x} \cdot f(x))' \Leftrightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = f'(x) \\ f'(e^{-x} \cdot f(x)) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = f'(x) \\ e^{-x} \cdot f(x) = 0 \\ e^{-x} \cdot f(x) = -2 \\ e^{-x} \cdot f(x) = 2 \end{cases}$$

B. 3

D. 4

$$+ f(x) = f'(x) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = x_1 \text{ (giả sử } x_1 < x_2) \\ x = x_2 \end{cases}$$

+ Xét hàm số $h(x) = f(x).e^{-x}$, ta có $h'(x) = e^{-x} \cdot (f'(x) - f(x))$

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = f'(x) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = x_1 \\ x = x_2 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty \quad x_1 \quad 0 \quad x_2 \quad 3$
$h'(x)$	$+ \quad 0 \quad - \quad 0 \quad +$
$h(x)$	$+\infty$ $0 \quad h(3)$ $h(x_1) \quad h(x_2)$

$$h(3) = f(3).e^{-3} < 4.e^{-3} \Rightarrow h(3) < 1$$

$$-4 < f(x_2) < -2, \quad 1 < x_2 < 2 \Rightarrow h(x_2) = e^{-x_2} \cdot f(x_2) > -4.e^{-1} \Rightarrow h(x_2) > -2$$

$$-4 < f(x_1) < -2, \quad x_1 < -2 \Rightarrow h(x_1) = e^{-x_1} \cdot f(x_1) < -2.e^2 < -2 \Rightarrow h(x_1) < -2$$

Từ bảng biến thiên ta có trên khoảng $(-\infty; 3)$ phương trình $f(x).e^{-x} = 0$ có 3 nghiệm phân biệt

(trong đó có nghiệm kép $x = 0$), phương trình $f(x).e^{-x} = 2$ có 1 nghiệm, phương trình $f(x).e^{-x} = 2$ có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $g'(x) = 0$ có 8 nghiệm phân biệt (không có nghiệm bội chẵn).

Vậy hàm số $g(x) = f(e^{-x} \cdot f(x))$ có 4 điểm cực đại.

Câu 48: Có tất cả bao nhiêu số b nguyên dương sao cho tồn tại đúng hai số thực a thỏa mãn đẳng thức

$$b.2^{a^2-6a-1} + b^2.2^{2a^2-12a-1} - 3 = 7.\log_2(a^2 - 6a + \log_2 b)$$

A. 1024

B. 1023

C. 2047

D. 2048

Lời giải

$$\text{Ta có } b.2^{a^2-6a-1} + b^2.2^{2a^2-12a-1} - 3 = 7.\log_2(a^2 - 6a + \log_2 b)$$

$$\Leftrightarrow 2^{a^2-6a+\log_2 b} + 2^{2a^2-12a+2\log_2 b} - 6 = 14 \cdot \log_2 (a^2 - 6a + \log_2 b)$$

Đặt $x = a^2 - 6a + \log_2 b$ ($x > 0$).

Phương trình (1) trở thành $2^x + 4^x - 6 - 14 \log_2 x = 0$ (2)

Xét hàm số $f(x) = 2^x + 4^x - 6 - 14 \log_2 x$ trên tập $(0; +\infty)$

$$f'(x) = 2^x \cdot \ln 2 + 4^x \cdot \ln 4 - \frac{14}{x \cdot \ln 2} \Rightarrow f''(x) = 2^x \cdot (\ln 2)^2 + 4^x \cdot (\ln 4)_2 + \frac{14}{x^2 \cdot \ln 2}$$

$\Rightarrow f''(x) > 0, \forall x \in (0; +\infty) \Rightarrow$ phương trình $f'(x) = 0$ có nhiều nhất một nghiệm

$\Rightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ có nhiều nhất hai nghiệm hay phương trình (2) có nhiều nhất 2 nghiệm, ta thấy phương trình (2) có hai nghiệm là $x = 1$ và $x = 2$.

Vậy ta có $a^2 - 6a + \log_2 b = 1$ và $a^2 - 6a + \log_2 b = 2$

hay $a^2 - 6a = 1 - \log_2 b$ (3) và $a^2 - 6a = 2 - \log_2 b$ (4)

Xét hàm số $g(a) = a^2 - 6a$, ta có $g'(a) = 2a - 6 \Rightarrow g'(a) = 0 \Leftrightarrow a = 3$

Ta có bảng biến thiên

a	$-\infty$	3	$+\infty$
$g'(a)$		0	
$g(a)$	$+\infty$	-9	$+\infty$

Để có đúng hai giá trị của a thỏa mãn $b \cdot 2^{a^2-6a-1} + b^2 \cdot 2^{2a^2-12a-1} - 3 = 7 \cdot \log_2 (a^2 - 6a + \log_2 b)$

thì phương trình (3) (ẩn a) vô nghiệm, phương trình (4) (ẩn a) có hai nghiệm phân biệt

Từ bảng biến thiên suy ra $\begin{cases} 1 - \log_2 b < -9 \\ 2 - \log_2 b > -9 \end{cases} \Leftrightarrow 2^{10} < b < 2^{11}$

Do b là số nguyên dương nên có 1023 giá trị b thỏa mãn. **Chọn B**

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): (x+5)^2 + y^2 + z^2 = 25$, $(S_2): (x+5)^2 + y^2 + z^2 = 100$ và điểm $K(8;0;0)$. Đường thẳng Δ di động nhưng luôn tiếp xúc với (S_1) , đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm M, N . Tam giác KMN có thể có diện tích lớn nhất bằng

A. $90\sqrt{3}$.

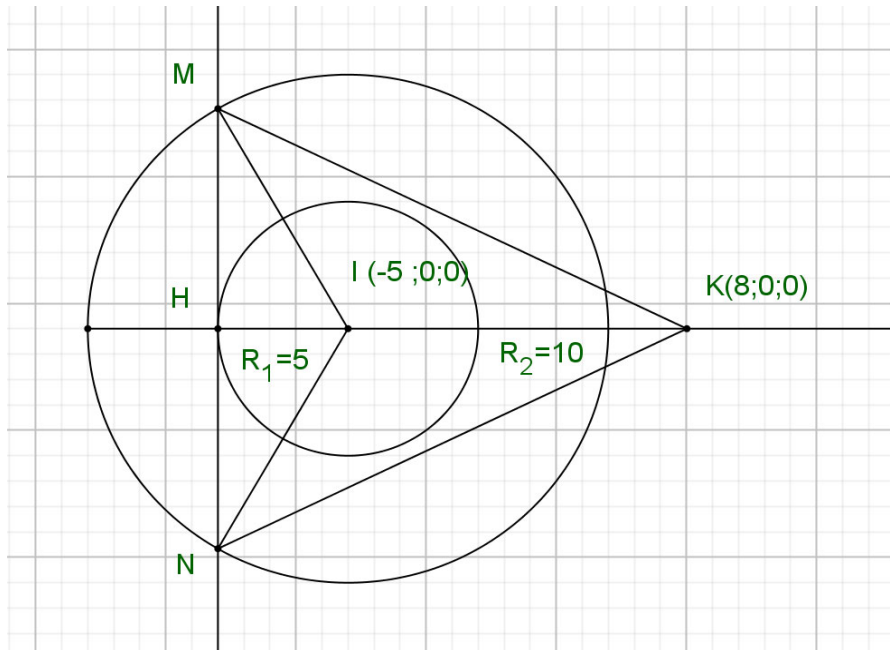
B. $50\sqrt{6}$.

C. $100\sqrt{2}$.

D. $100\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu (S_1) có tâm $I(-5; 0; 0)$; $R_1 = 5$. Mặt cầu (S_2) có tâm $I(-5; 0; 0)$; $R_2 = 10$.

Δ là đường thẳng di động tiếp xúc với (S_1) tại H và đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm M, N .

Khi đó, $MN = 2MH = 2\sqrt{IM^2 - IH^2} = 10\sqrt{3}$. $S_{\Delta KMN} = \frac{1}{2} d(K; \Delta) \cdot MN$.

$S_{\Delta KMN}$ lớn nhất $\Leftrightarrow d(K; \Delta)$ lớn nhất $\Leftrightarrow K, I, H$ thẳng hàng và I nằm giữa K, H .

$\Rightarrow H \in Ox \Rightarrow H(-10; 0; 0)$. $KH = KI + IH = 13 + 5 = 18$. Khi đó diện tích lớn nhất của tam giác

KMN là $S_{\Delta KMN} = \frac{1}{2} \cdot KH \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 10\sqrt{3} = 90\sqrt{3}$.

Câu 50: Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1| = 2, |z_2| = \sqrt{3}, |z_1 + z_2| = \sqrt{5}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |3z_1 - z_2 - 10 + 5i| + 2$ bằng

A. $10\sqrt{3} - 2\sqrt{5}$.

B. $3\sqrt{5} - 1$.

C. $2 + 2\sqrt{5}$.

D. $8 - 2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$)

Ta có:

$$|z_1| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 4$$

$$|z_2| = \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{c^2 + d^2} = \sqrt{3} \Leftrightarrow c^2 + d^2 = 3$$

$$|z_1 + z_2| = \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2} = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a^2 + b^2) + (c^2 + d^2) + 2(ac + bd) = 5$$

$$\Rightarrow ac + bd = -1$$

Suy ra:

$$|3z_1 - z_2| = \sqrt{(3a-c)^2 + (3b-d)^2} = \sqrt{9(a^2 + b^2) + (c^2 + d^2) - 6(ac + bd)} = 3\sqrt{5}$$

Khi đó:

$$P = |3z_1 - z_2 - 10 + 5i| + 2$$

$$= |(3z_1 - z_2) + (-10 + 5i)| + 2 \geq |-10 + 5i| - |3z_1 - z_2| + 2 = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 2 = 2 + 2\sqrt{5}$$