

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

Câu 1: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = \sqrt{3}a^2$ và chiều cao bằng $h = a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $3\sqrt{3}a^3$. D. $\sqrt{3}a^3$.

Câu 2: Cho cặp số nhân có $u_1 = 2, u_2 = -6$. Công bội của cặp số nhân bằng

- A. 8.** **B. -8.** **C. -3.** **D. $-\frac{1}{3}$.**

Câu 3: Số cách chọn 3 học sinh từ một nhóm gồm 7 học sinh là

- A. 7. B. C_7^3 . C. $\frac{7!}{3!}$. D. A_7^3 .

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	-5	1	

Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4.** **B. 2.** **C. 1.** **D. 3.**

Câu 5: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Điểm cực tiểu đồ thị hàm số có tọa độ là

- A.** $(2;2)$ **B.** $(2;-2)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 6: Hàm số $y = 3^{x+1}$ có đạo hàm là

- A. $y' = 3^{x+1} \ln 3$. B. $y' = 3^x \ln 3$. C. $y' = 3^{x+1}$. D. $y' = 3^x$.

Câu 7: Biết rằng $\log_3 a = 4$, khi đó $\log_3 (9a)$ bằng

- A. 8.** **B. 5.** **C. 6.** **D. 12.**

Câu 8: Tích phân $\int \frac{dx}{x}$ bằng

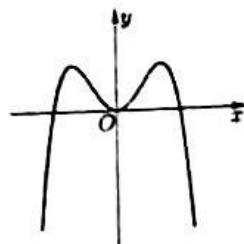
- A. e .** **B. 1 .** **C. e^{-1} .** **D. -1 .**

Câu 9: Thể tích của khối chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a là

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. B. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. C. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. D. $\sqrt{2}a^3$.

Câu 10: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

- A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = x^3 - 2x^2$.
C. $y = -x^3 + 2x^2$. D. $y = x^4 - 2x^2$.



Câu 11: Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^4 - 4x^2 + 1$ là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

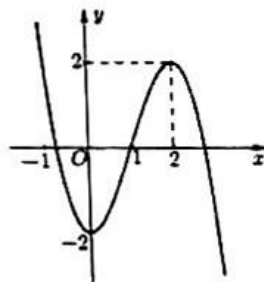
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	1	2	1	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(1; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau bên. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.



Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 4$ là

- A. $(17; +\infty)$. B. $(-\infty; 17)$. C. $(1; 9)$. D. $(1; 17)$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ có $f(2) = 2, f(3) = 5$; hàm số $f'(x)$ liên tục trên $[2; 3]$. Khi đó $\int_2^3 f'(x)dx$ bằng

- A. 3. B. 10. C. -3. D. 7.

Câu 16: Cho khối trụ có chiều cao $h = 3a$, bán kính đáy $r = a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. $3\pi a^3$. B. πa^3 . C. $3a^3$. D. $2\pi a^3$.

Câu 17: Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 4i.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(a; b; 1)$ thuộc mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 3 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $2a + b = -4$. B. $2a + b = 2$. C. $2a + b = -2$. D. $2a + b = 4$.

Câu 19: Trong mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2;3)$ biểu diễn cho số phức

- A. $2-3i$. B. $-2+3i$. C. $3-2i$. D. $-2-3i$.

Câu 20: Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy a và đường cao $a\sqrt{3}$ bằng

- A. $\pi a^2 \sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $2\pi a^2$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;-2;-3)$, bán kính $R=2$ có phương trình là

- A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$. B. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$.

- C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=2$. D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2$.

Câu 22: Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}+\sqrt{3}+i=0$. Môđun của số phức z bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vector $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k}$ là

- A. $(1;-2;3)$. B. $(3;-2;1)$. C. $(2;-1;-3)$. D. $(2;-3;-1)$.

Câu 24: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^x$ là

- A. $\mathbb{R}$ B. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. C. $(1;+\infty)$. D. $(-\infty;1)$.

Câu 25: Nguyên hàm $\int(e^x-4x^3)dx$ là

- A. e^x-12x^3+C . B. e^x-x^4+C . C. e^x-4x^4+C . D. e^x-4x^3+C .

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-5}{4}$?

- A. $M(1;2;5)$. B. $N(1;-2;5)$. C. $Q(-1;2;-5)$. D. $P(2;3;4)$.

Câu 27: Nguyên hàm $\int(\sin 2x-2x)dx$ là

- A. $\frac{1}{2}\cos 2x-x^2+C$. B. $-\frac{1}{2}\cos 2x-x^2+C$. C. $2\cos 2x-2+C$. D. $-2\cos 2x-2+C$.

Câu 28: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3+3x^2-9x+3$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

- A. 14. B. -2. C. 40. D. 30.

Câu 29: Cho bất phương trình $\log_2^2(2x)-4\log_2 x-4\leq 0$. Khi đặt $t=\log_2 x$ thì bất phương trình đã cho trở thành bất phương trình nào sau đây?

- A. $t^2-4t-3\leq 0$. B. $t^2-2t-3\leq 0$. C. $t^2\leq 0$. D. $t^2-4t-4\leq 0$.

Câu 30: Cho $\int_{-1}^3 f(x)dx=6$. Tính tích phân $I=\int_{-1}^2 f(2x+1)dx$

- A. $I=6$. B. $I=\frac{1}{2}$. C. $I=12$. D. $I=3$.

Câu 31: Một chiếc máy có hai chiếc động cơ I và II chạy độc lập nhau. Xác suất để động cơ I và II chạy tốt lần lượt là 0,8 và 0,7. Xác suất để ít nhất một động cơ chạy tốt là

- A. 0,24. B. 0,94. C. 0,14. D. 0,56.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AB = AC = AD = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng

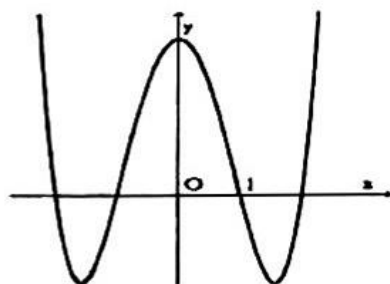
- A. $a\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $a\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 33: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2\sqrt{2}$, $AA' = 4$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(AA'B'B)$ bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c, a \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f'\left(\frac{1}{2}\right) > 0$. B. $f'\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$.
C. $f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$. D. $f'\left(-\frac{1}{2}\right) < 0$.



Câu 35: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\bar{z} + 1 - i| = 2$ là đường tròn có phương trình

- A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 4$.
C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1, -1, -2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z + 4 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M(2; -3; 5)$. B. $P(-2; 3; 5)$. C. $N(2; -3; -5)$. D. $Q(2; 3; -5)$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x^2-4)^3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$ và hai mặt phẳng

$(P): x - 2y + 3z = 0, (Q): x - 2y + 3z + 4 = 0$. Mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng Δ và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) có bán kính bằng

- A. $\frac{1}{7}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{7}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{7}$. D. $\frac{2}{7}$.

Câu 39: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(3^{x^2-1} - 27^{x+1})(\log_3(x+8) - 2) \leq 0$ là

- A. 11. B. 12. C. 6. D. Vô số.

Câu 40: Biết $\int_2^{e+1} \frac{\ln(x-1)}{(x-1)^2} dx = a + be^{-1}$ ($a, b \in \mathbb{R}$), chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $2a^2 - 3b = 4$. B. $2a^2 - 3b = 8$. C. $2a^2 - 3b = -4$. D. $2a^2 - 3b = -8$.

Câu 41: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+2-i|=2\sqrt{2}$ và $(z-1)^2$ là số thuần ảo?

- A. 0. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 42: Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-20; 20]$ sao cho hàm số $y = -2x + 2 + a\sqrt{x^2 - 4x + 5}$ có cực đại?

- A. 35. B. 17. C. 36. D. 18.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , mặt bên SAB là tam giác đều, $SC = SD = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(Q): x - y + 2z = 0$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0; -1; 2)$, song song với đường thẳng Δ và vuông góc với mặt phẳng (Q) có phương trình là

- A. $x + y - 1 = 0$. B. $-5x + 3y + 3 = 0$. C. $x + y + 1 = 0$. D. $-5x + 3y - 2 = 0$.

Câu 45: Có bao nhiêu số nguyên dương a thỏa mãn $(\sqrt{1 + \ln^2 a} + \ln a)(\sqrt{1 + (a-3)^2} + a - 3) \leq 1$?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có $A_1(\sqrt{3}; -1; 1)$, hai đỉnh B, C thuộc trục Oz và $AA_1 = 1$, (C không trùng O). Biết $\vec{u} = (a; b; 1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng A_1C . Giá trị của $a^2 + b^2$ bằng

- A. 16. B. 5. C. 9. D. 4.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$	
y'		$-$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		-2	2		$+\infty$

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f(x^2 - 4x) = m + 5$ có ít nhất 5 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$ là

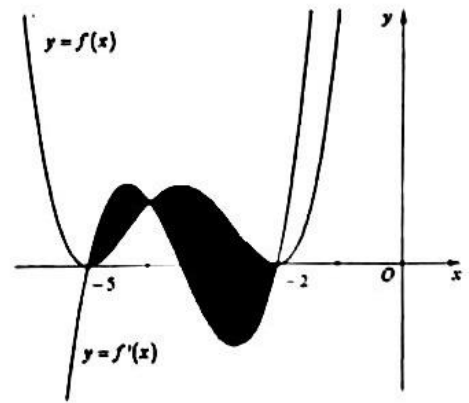
- A. 12. B. 14. C. 13. D. 11.

Câu 48: Xét các số phức z thỏa $|z-1+2i|=2\sqrt{5}$ và số phức w thỏa $(5+10i)\bar{w} = (3-4i)z - 25i$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |w|$ bằng

- A. 4. B. $2\sqrt{10}$. C. $4\sqrt{5}$. D. 6.

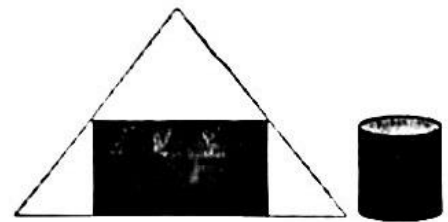
Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn, có đồ thị nhận đường thẳng $x = -3,5$ làm trục đối xứng. Biết diện tích hình phẳng của phần giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và hai đường thẳng $x = -5$, $x = -2$ có giá trị là $\frac{127}{50}$ (hình vẽ bên). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành bằng

- A. $\frac{81}{50}$. B. $\frac{91}{50}$. C. $\frac{71}{50}$. D. $\frac{61}{50}$.



Câu 50: Từ một tấm tôn hình tam giác đều cạnh bằng $6m$, ông A cắt thành một tấm tôn hình chữ nhật và cuộn lại được một cái thùng hình trụ (như hình vẽ). Ông A làm được cái thùng có thể tích tối đa là V (Vật liệu làm nắp thùng coi không liên quan). Giá trị của V thỏa mãn:

- A. $V \leq 1m^3$. B. $V > 3m^3$.
C. $2m^3 < V \leq 3m^3$. D. $1m^3 < V \leq 2m^3$.



..... Hết

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	B	C	B	A	C	B	C	A	D	D	C	D	A	A	C	C	B	D	B	D	A	C	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	B	D	B	D	B	A	A	B	C	C	C	C	A	B	D	D	B	C	A	D	D	B	A	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = \sqrt{3}a^2$ và chiều cao bằng $h = a$. Thể tích của khối chóp bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $3\sqrt{3}a^3$. D. $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3}a^2 \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 2. Cho cấp số nhân có $u_1 = 2$, $u_2 = -6$. Công bội của cấp số nhân bằng

- A. 8. B. -8. C. -3. D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } u_2 = u_1q = -6 \Leftrightarrow 2q = -6 \Leftrightarrow q = -3.$$

Câu 3. Số cách chọn 3 học sinh từ một nhóm gồm 7 học sinh là

- A. 7. B. C_7^3 . C. $\frac{7!}{3!}$. D. A_7^3 .

Lời giải

Chọn B

Chọn 3 học sinh từ nhóm gồm 7 học sinh có C_7^3 cách.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	—		—
$f(x)$	-5 ↘ $-\infty$	1 ↘ -5	

Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Nhìn vào bảng biến thiên ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -5$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -5$

Suy ra đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang $y = -5$.

Câu 5. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Điểm cực tiểu đồ thị hàm số có tọa độ là

A. $(2; 2)$.

B. $(2; -2)$.

C. $(0; -2)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$				2			$+\infty$
						</	

Từ bảng biến thiên suy ra điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(2; -2)$.

Câu 6. Hàm số $y = 3^{x+1}$ có đạo hàm là

A. $y' = 3^{x+1} \ln 3$.

B. $y' = 3^x \ln 3$.

C. $y' = 3^{x+1}$.

D. $y' = 3^x$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = 3^{x+1}$ có đạo hàm là $y' = 3^{x+1} \ln 3$.

Câu 7. Biết rằng $\log_3 a = 4$, khi đó $\log_3(9a)$ bằng

A. 8.

B. 5.

C. 6.

D. 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_3(9a) = \log_3 9 + \log_3 a = 2 + 4 = 6$.

Câu 8. Tích phân $\int_1^e \frac{dx}{x}$ bằng

A. e.

B. 1.

C. e^{-1} .

D. -1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^e \frac{dx}{x} = \int_1^e d(\ln x) = \ln x \Big|_1^e = \ln e - \ln 1 = 1$.

Câu 9. Thể tích của khối chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a là:

A. $\frac{\sqrt{2}}{2} a^3$.

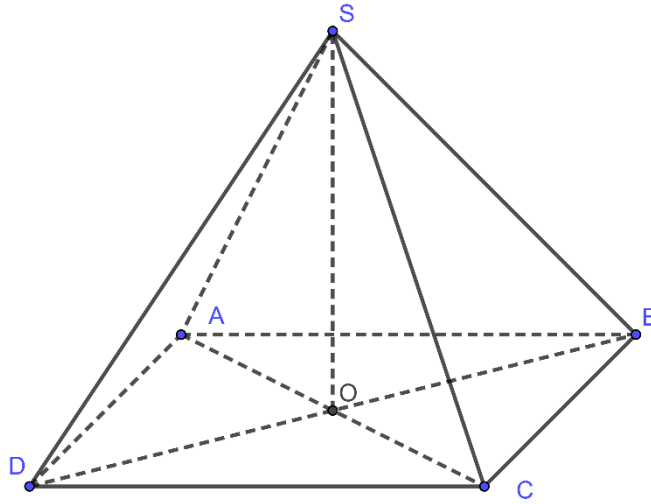
B. $\frac{\sqrt{2}}{3} a^3$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{6} a^3$.

D. $\sqrt{2} a^3$.

Lời giải

Chọn C



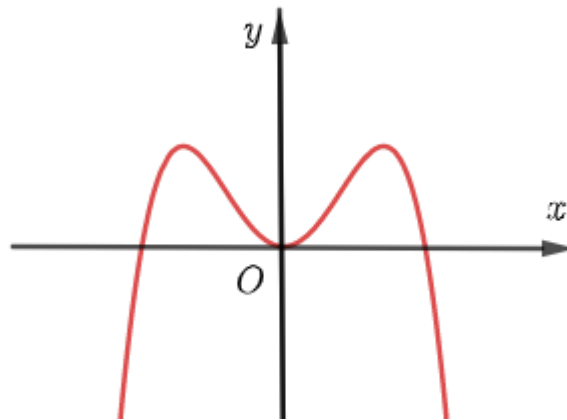
Gọi $AC \cap BD = O$.

Do $S.ABCD$ là khối chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình vuông cạnh a ,
 $AC = a\sqrt{2}$

ΔSAC có $SA = SC = a$, $AC = a\sqrt{2}$ nên ΔSAC vuông cân tại $S \Rightarrow SO = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

Câu 10. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



- A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = x^3 - 2x^2$. C. $y = -x^3 + 2x^2$. D. $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Hình dáng đồ thị không phải là hàm bậc 3

Đồ thị hàm số hướng xuống dưới nên $a < 0$

Nên ta loại B, C, D và chọn A.

Câu 11. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^4 - 4x^2 + 1$ là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = -4x^3 - 8x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

Vậy hàm số có 1 cực trị.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$						$+\infty$

The graph shows a piecewise linear function $y(x)$ defined on the real line. The function is composed of four segments connecting the following points: $(-\infty, +\infty)$ to $(-1, 1)$, $(-1, 1)$ to $(0, 2)$, $(0, 2)$ to $(1, 1)$, and $(1, 1)$ to $(+\infty, +\infty)$. Arrows on the segments indicate the direction of the function.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(2; +\infty)$.

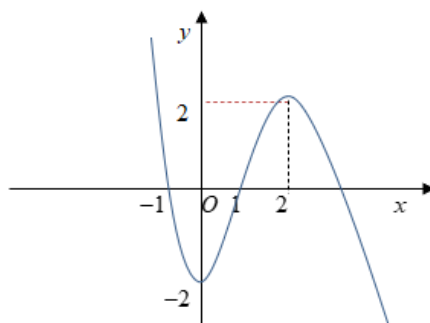
D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$ đồ thị hàm số là một đường đi xuống từ trái qua phải nên hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là



A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

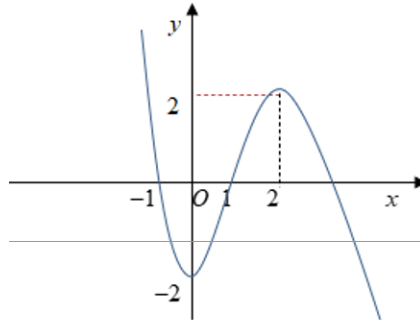
Lời giải

Chọn C

$$2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}$$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là số hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số

$y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{3}{2}$



Đường thẳng $y = -\frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Vậy phương trình $2f(x) + 3 = 0$ có ba nghiệm.

Câu 14. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) < 4$ là

- A.** $(17; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 17)$. **C.** $(1; 9)$. **D.** $(1; 17)$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_2(x-1) < 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < 2^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 17 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 17.$$

Vậy tập nghiệm của bpt là $(1; 17)$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f(2) = 2, f(3) = 5$; hàm số liên tục trên $[2; 3]$. Khi đó $\int_2^3 f'(x) dx$

bằng

- A.** 3. **B.** 10. **C.** -3. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

$$\int_2^3 f'(x) dx = f(x) \Big|_2^3 = f(3) - f(2) = 5 - 2 = 3..$$

Câu 16. Cho khối trụ có chiều cao $h = 3a$, bán kính đáy $r = a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A.** $3\pi a^3$. **B.** πa^3 . **C.** $3a^3$. **D.** $2\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V = B.h = \pi a^2.3a = 3\pi a^3$.

Câu 17. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** $4i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z_1 + z_2 = 3 + 4i$

Vậy phần ảo là 4.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(a; b; 1)$ thuộc mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 3 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $2a + b = -4$. **B.** $2a + b = 2$. **C.** $2a + b = -2$. **D.** $2a + b = 4$.

Lời giải

Chọn C

Vì $A \in (P)$ nên $2a + b - 1 + 3 = 0 \Leftrightarrow 2a + b = -2$.

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2;3)$ biểu diễn cho số phức

A. $2-3i$.

B. $-2+3i$.

C. $3-2i$.

D. $-2-3i$.

Lời giải

Chọn B

Câu 20. Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy a và đường cao $a\sqrt{3}$ bằng

A. $\pi a^2 \sqrt{3}$.

B. $2\sqrt{3}\pi a^2$.

C. $4\pi a^2$.

D. $2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{3a^2 + a^2} = 2a$

$V = \pi r l = \pi \cdot a \cdot 2a = 2\pi a^2$.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;-2;-3)$, bán kính $R=2$ có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 2$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu tâm $I(1;-2;-3)$, bán kính $R=2$ có phương trình là

$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

Câu 22. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} + \sqrt{3} + i = 0$. Môđun của số phức z bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. 4 .

C. 1 .

D. 2 .

Lời giải

Chọn D

$\bar{z} + \sqrt{3} + i = 0 \Leftrightarrow \bar{z} = -\sqrt{3} - i \Leftrightarrow z = -\sqrt{3} + i \Rightarrow |z| = 2$.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ của vecto $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ là

A. $(1;-2;3)$.

B. $(3;-2;1)$.

C. $(2;-1;-3)$.

D. $(2;-3;-1)$

Lời giải

Chọn A

Câu 24. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^\pi$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $(1;+\infty)$.

D. $(\infty;1)$

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = (x-1)^\pi$ xác định khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Câu 25. Nguyên hàm $\int (e^x - 4x^3) dx$ là

A. $e^x - 12x^3 + C$.

B. $e^x - x^4 + C$.

C. $e^x - 4x^4 + C$.

D. $e^x - 4x^3 + C$

Lời giải

Chọn B

$\int (e^x - 4x^3) dx = e^x - 4 \cdot \frac{x^4}{4} + C = e^x - x^4 + C$.

- Câu 26.** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-5}{4}$?
- A.** $M(1; 2; 5)$. **B.** $N(1; -2; 5)$. **C.** $Q(-1; 2; -5)$. **D.** $P(2; 3; 4)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ điểm $M(1; 2; 5)$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có:

$$\frac{1-1}{2} \neq \frac{2+2}{3} \neq \frac{5-5}{4} \Rightarrow M \notin (d).$$

Thay tọa độ điểm $N(1; -2; 5)$ vào phương trình đường thẳng (d) , ta thấy $N \in d$ vì:

$$\frac{1-1}{2} = \frac{2-2}{3} = \frac{5-5}{4} = 0.$$

- Câu 27.** Nguyên hàm $\int (\sin 2x - 2x) dx$ là
- A.** $\frac{1}{2} \cos 2x - x^2 + C$. **B.** $-\frac{1}{2} \cos 2x - x^2 + C$. **C.** $2 \cos 2x - 2 + C$. **D.** $-2 \sin 2x - 2 + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int (\sin 2x - 2x) dx = \int \sin 2x dx - 2 \int x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x - x^2 + C.$$

- Câu 28.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 3$ trên đoạn $[-1; 3]$.
- A.** 14. **B.** -2. **C.** 40. **D.** 30.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x^2 + 2x - 3).$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [-1; 3] \\ x = -3 \notin [-1; 3] \end{cases}.$$

$$\text{Lại có, } y(-1) = 14, \quad y(1) = -2, \quad y(3) = 30.$$

$$\text{Vậy } \max_{[-1; 3]} = y(3) = 30..$$

- Câu 29.** Cho bất phương trình $\log_2^2(2x) - 4\log_2 x - 4 \leq 0$. Khi đặt $t = \log_2 x$ thì trở thành bất phương trình nào sau đây?
- A.** $t^2 - 4t - 3 \leq 0$. **B.** $t^2 - 2t - 3 \leq 0$. **C.** $t^2 \leq 0$. **D.** $t^2 - 4t - 4 \leq 0$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_2^2(2x) - 4\log_2 x - 4 \leq 0 \Leftrightarrow (\log_2 x + 1)^2 - 4\log_2 x - 4 \leq 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 \leq 0.$$

$$\text{Với } t = \log_2 x \text{ bất phương trình trở thành: } t^2 - 2t - 3 \leq 0.$$

- Câu 30.** Cho $\int_{-1}^5 f(x) dx = 6$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^2 f(2x+1) dx$.

- A.** $I = 6$. **B.** $I = \frac{1}{2}$. **C.** $I = 12$. **D.** $I = 3$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } t = 2x + 1 \Rightarrow dt = 2dx$$

Đổi cận

$$\begin{cases} x = -1 \Rightarrow t = -1 \\ x = 2 \Rightarrow t = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = \int_{-1}^2 f(2x+1) dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^5 f(t) dt = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3.$$

Câu 31. Một chiếc máy có hai chiếc động cơ I và II chạy độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I và II chạy tốt lần lượt là $0,8$ và $0,7$. Xác suất để ít nhất một động cơ chạy tốt là

A. $0,24$.

B. $0,94$.

C. $0,14$.

D. $0,56$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Ta có xác suất để cả động cơ chạy không tốt là: $0,2 \cdot 0,3 = 0,06$.

Vậy xác suất để ít nhất một động cơ chạy tốt là: $1 - 0,06 = 0,94$.

Cách 2:

Gọi A là biến cố “ít nhất một động cơ chạy tốt”.

Gọi B là biến cố “động cơ I chạy tốt”.

Gọi C là biến cố “động cơ II chạy tốt”.

$$\text{Vậy } A = B \cdot C + \overline{B} \cdot C + B \cdot \overline{C} \Rightarrow P(A) = 0,8 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,3 + 0,7 \cdot 0,2 = 0,94.$$

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AB = AC = AD = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

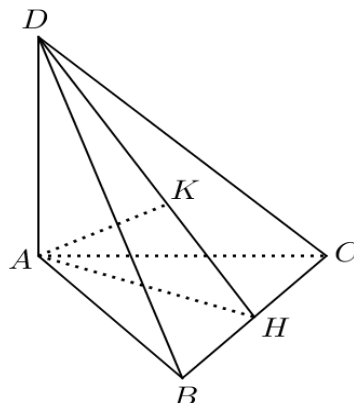
B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BC và DH .

Do $BC \perp AH, BC \perp DA \Rightarrow BC \perp (DAH) \Rightarrow BC \perp AK$, khi đó $AK \perp (BCD)$ hay

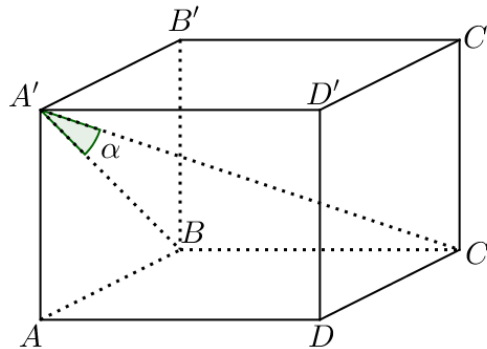
$$d(A, (BCD)) = AK.$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{3}}{3}, \text{ hay } d(A, (BCD)) = AK = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

- Câu 33.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}$, $AA' = 4$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(AA'B'B)$ bằng
- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải

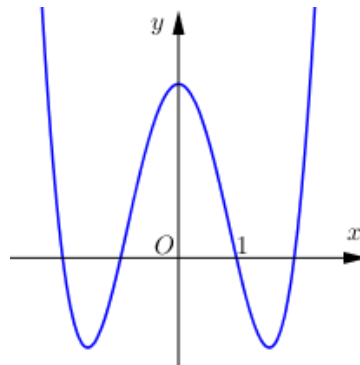
Chọn A



Ta có $BC \perp (AA'B'B) \Rightarrow \alpha = \widehat{(A'C, (AA'B'B))} = \widehat{CA'B}$.

$$\text{Do } A'B = \sqrt{AB^2 + AA'^2} = 2\sqrt{6} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{BC}{A'B} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ.$$

- Câu 34.** Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f'\left(\frac{1}{2}\right) > 0$. B. $f'\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$. C. $f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$. D. $f'\left(-\frac{1}{2}\right) < 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$, khi đó $f'\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$.

- Câu 35.** Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\bar{z} + 1 - i| = 2$ là đường tròn có phương trình
- A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 4$.
C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = x + iy, x, y \in \mathbb{R}$.

$$|\bar{z} + 1 - i| = 2 \Leftrightarrow |x + 1 - (y + 1)i| = 2$$

Suy ra, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\bar{z}+1-i|=2$ là đường tròn $(x+1)^2+(y+1)^2=4$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;-2)$ và mặt phẳng $(P):x-2y-3z+4=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) đi qua điểm nào dưới đây?

- A.** $M(2;-3;5)$. **B.** $P(-2;3;5)$. **C.** $N(2;-3;-5)$. **D.** $Q(2;3;-5)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) nên một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d = \vec{n}_{(P)} = (1;-2;-3)$.

Phương trình tham số của đường thẳng d là
$$\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-2t \\ z=-2-3t \end{cases}$$

Suy ra đường thẳng d đi qua điểm $N(2;-3;-5)$.

Câu 37. Cho hàm số $f'(x)=x(x-1)^2(x^2-4)^3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=\pm 2 \end{cases}$$

Ta có $x=0$ (nghiệm đơn); $x=1$ (nghiệm kép); $x=\pm 2$ (nghiệm bội 3).

Do đó hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại $x=0$; $x=\pm 2$.

Vậy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$ và hai mặt phẳng $(P):x-2y+3z=0$, $(Q):x-2y+3z+4=0$. Mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng Δ và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) có bán kính bằng

- A.** $\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{\sqrt{7}}{7}$. **C.** $\sqrt{\frac{2}{7}}$. **D.** $\frac{2}{7}$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử mặt cầu có tâm I , bán kính R .

Ta có $I \in \Delta \Rightarrow I = (t+1; t-1; 2t)$.

$$\text{Ta có } d(I; (P)) = d(I; (Q)) = R \Leftrightarrow \frac{|t+1-2(t-1)+3.2t|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+3^2}} = \frac{|t+1-2(t-1)+3.2t+4|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+3^2}}$$

$$\Leftrightarrow |5t+3| = |5t+7| \Leftrightarrow 5t+3 = -5t-7 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow I(0;-2;-2).$$

$$\text{Bán kính mặt cầu là } R = d(I; (P)) = \frac{|0 - 2 \cdot (-2) + 3(-2)|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 3^2}} = \sqrt{\frac{2}{7}}.$$

Câu 39. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(3^{x^2-1} - 27^{x+1})(\log_3(x+8) - 2) \leq 0$ là:

A. 11.

B. 12.

C. 6.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } (3^{x^2-1} - 27^{x+1})(\log_3(x+8) - 2) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2-1} - 27^{x+1} \geq 0 \\ \log_3(x+8) - 2 \leq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} 3^{x^2-1} - 27^{x+1} \leq 0 \\ \log_3(x+8) - 2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2-1} \geq 3^{3x+3} \\ \log_3(x+8) \leq 2 \end{cases} \vee \begin{cases} 3^{x^2-1} \leq 3^{3x+3} \\ \log_3(x+8) \geq 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 \geq 3x + 3 \\ x + 8 \leq 9 \\ x + 8 > 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x^2 - 1 \leq 3x + 3 \\ x + 8 \geq 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x - 4 \geq 0 \\ x \leq 1 \\ x > -8 \end{cases} \vee \begin{cases} x^2 - 3x - 4 \leq 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \vee x \geq 4 \\ -8 < x \leq 1 \end{cases} \vee \begin{cases} -1 \leq x \leq 4 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -8 < x \leq -1 \vee 1 \leq x \leq 4$$

Mà $x \in \mathbb{Z}$

Nên $S = \{-7; -6; \dots; -1; 1; 2; 3; 4\}$

Bất phương trình có 11 nghiệm nguyên.

Câu 40. Biết $\int_2^{e+1} \frac{\ln(x-1)}{(x-1)^2} dx = a + be^{-1}$ ($a, b \in \mathbb{R}$), chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $2a^2 - 3b = 4$.

B. $2a^2 - 3b = 8$.

C. $2a^2 - 3b = -4$.

D. $2a^2 - 3b = -8$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(x-1) \\ dv = \frac{1}{(x-1)^2} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x-1} dx \\ v = -\frac{1}{x-1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \int_2^{e+1} \frac{\ln(x-1)}{(x-1)^2} dx = \left(-\frac{1}{x-1} \ln(x-1) \right) \Big|_2^{e+1} + \int_2^{e+1} \frac{1}{(x-1)^2} dx = -\frac{1}{e} - \frac{1}{x-1} \Big|_2^{e+1} = -\frac{1}{e} - \frac{1}{e} + 1 = -2e^{-1} + 1.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow 2a^2 - 3b = 8.$$

Câu 41. Có bao nhiêu số phức thỏa mãn $|z + 2 - i| = 2\sqrt{2}$ và $(z-1)^2$ là số thuần ảo?

A. 0.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$ có điểm biểu diễn là M trong mặt phẳng phức

Ta có

$$\bullet |z + 2 - i| = 2\sqrt{2} \Rightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 = 8$$

$$\bullet (z-1)^2 = z^2 - 2z + 1 = x^2 - y^2 - 2xyi - 2x - 2yi + 1 \text{ là số thuần ảo}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - y^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 - y^2 = 0 \Leftrightarrow (x-y-1)(x+y-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-y-1=0 \\ x+y-1=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x-1 \\ y = 1-x \end{cases}$$

$$\text{Với } y = x-1, \text{ ta có: } (x+2)^2 + (x-2)^2 = 8 \Leftrightarrow 2x^2 + 8 = 8 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = -1$$

$$\text{Với } y = 1-x, \text{ ta có: } (x+2)^2 + x^2 = 8 \Leftrightarrow 2x^2 + 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 + \sqrt{3} \Rightarrow y = 2 - \sqrt{3} \\ x = -1 - \sqrt{3} \Rightarrow y = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy có 3 số phức thỏa đề.

Câu 42. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-20; 20]$ sao cho hàm số $y = -2x + 2 + a\sqrt{x^2 - 4x + 5}$ có cực đại?

A. 35.

B. 17.

C. 36.

D. 18.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y' = -2 + \frac{a(x-2)}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}, \forall x; y'' = \frac{a}{(\sqrt{x^2 - 4x + 5})^3}, \forall x.$$

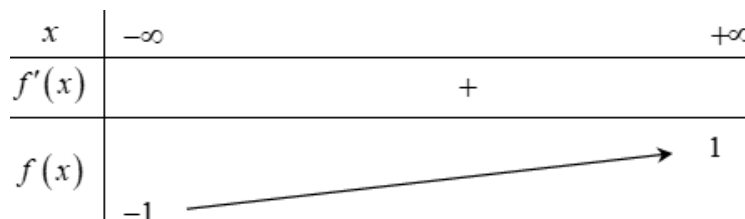
• Xét $a = 0$: $y = -2x + 2$. Suy ra hàm số không có cực trị.

• Xét $a \neq 0$:

Hàm số có cực đại $\Leftrightarrow \begin{cases} y' = 0 \\ y'' < 0 \end{cases}$ có nghiệm $\Leftrightarrow a < 0$ và phương trình $y' = 0$ có nghiệm.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{a(x-2)}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}} = 2 \Leftrightarrow f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}} = \frac{2}{a}.$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{1}{(\sqrt{x^2 - 4x + 5})^3} > 0, \forall x; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1.$$



$$\text{Vậy hàm số có cực đại} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ -1 < \frac{2}{a} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow a < -2.$$

Suy ra có 18 số nguyên a thuộc đoạn $[-20; 20]$ thỏa mãn.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , mặt bên SAB là tam giác đều, $SC = SD = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

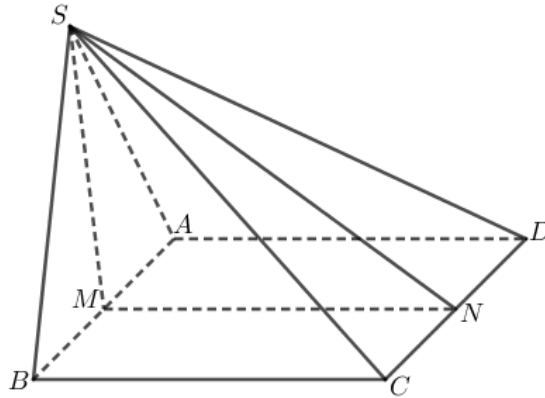
B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD .

Ta có: $SM \perp AB, SN \perp CD, AB \parallel CD \Rightarrow SM, SN \perp AB \Rightarrow AB \perp (SMN)$

$\Rightarrow (SMN) \perp (ABCD); (SMN) \cap (ABCD) = MN \Rightarrow d(S, (ABCD)) = d(S, MN) = \frac{2S_{\Delta SMN}}{MN}$.

Áp dụng công thức Hê-rông ta tính được: $S_{\Delta SMN} = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. Suy ra $d(S, (ABCD)) = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}d(S, (ABCD)).S_{\Delta ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(Q): x - y + 2z = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0; -1; 2)$, song song với đường thẳng Δ và vuông góc với mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $x + y - 1 = 0$.

B. $-5x + 3y + 3 = 0$.

C. $x + y + 1 = 0$.

D. $-5x + 3y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Δ đi qua điểm $B(0; -1; 1)$, có vector chỉ phương là $\vec{u}(2; -2; 1)$; mặt phẳng (Q) có vector pháp tuyến là $\vec{n}(1; -1; 2)$. Suy ra mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0; -1; 2)$, có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = [\vec{u}, \vec{n}] = (-3; -3; 0)$. Vậy $(P): x + y + 1 = 0$ (thỏa mãn (P) song song với Δ).

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên dương a thỏa mãn $\left(\sqrt{1 + \ln^2 a} + \ln a\right)\left(\sqrt{1 + (a-3)^2} + a - 3\right) \leq 1$?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Giả thiết tương đương

$$\left(\sqrt{1+\ln^2 a} + \ln a\right)\left(\sqrt{1+(a-3)^2} + a-3\right) \leq 1 \Leftrightarrow \sqrt{1+(a-3)^2} + a-3 \leq \sqrt{1+(-\ln a)^2} - \ln a \quad (1).$$

Xét hàm số $f(t) = \sqrt{1+t^2} + t, \forall t \in \mathbb{R}$.

$$\text{Có } f'(t) = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}} + 1 = \frac{\sqrt{1+t^2} + t}{\sqrt{1+t^2}} > 0, \forall t \in \mathbb{R}.$$

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Khi đó } (1) \Leftrightarrow f(a-3) \leq f(-\ln a) \Leftrightarrow a-3 \leq -\ln a \Leftrightarrow \ln a + a-3 \leq 0.$$

$$\text{Đặt } g(a) = \ln a + a-3, a > 0 \text{ có } g'(a) = \frac{1}{a} + 1 > 0, \forall a > 0.$$

Do đó hàm số $g(a)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ mà $g(a_0) = 0$ với $a_0 \approx 2,21$.

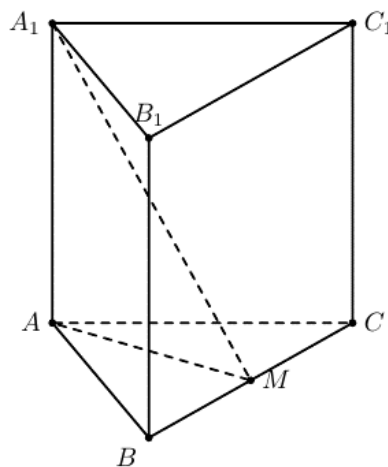
Suy ra $a \leq 2,21$.

Vậy $a=1$ và $a=2$.

- Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có $A_1(\sqrt{3}; -1; 1)$, hai đỉnh B, C thuộc trục Oz và $AA_1=1$, (C không trùng với O). Biết $\vec{u} = (a; b; 1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng A_1C . Giá trị của $a^2 + b^2$ bằng
- A.** 16. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm BC nên $AM \perp BC$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AA_1 \perp BC \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA_1M).$$

Mặt phẳng (A_1AM) đi qua A_1 và nhận $\vec{k} = (0; 0; 1)$ làm VTPT nên $(A_1AM): z-1=0$.

Mà $M = (A_1AM) \cap Oz$ nên $M(0; 0; 1) \Rightarrow A_1M = 2$.

Trong ΔA_1AM có $AM = \sqrt{A_1M^2 - AA_1^2} = \sqrt{3}$.

$$\text{Ta có } \Delta ABC \text{ đều nên } AM = \frac{BC\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BC = \frac{2AM}{\sqrt{3}} = 2.$$

Gọi $B(0; 0; m)$ mà M là trung điểm BC nên $C(0; 0; 2-m)$.

Có $BC = |2 - 2m| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases} \Rightarrow B(0; 0; 0), C(0; 0; 2),$ (vì C không trùng với O).

Do đó $\overrightarrow{A_1C} = (-\sqrt{3}; 1; 1) \Rightarrow \begin{cases} a = -\sqrt{3} \\ b = 1 \end{cases}.$

Vậy $a^2 + b^2 = 4.$

Câu 47. Cho hàm số có $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$
y'		0	0	0	
y	$+\infty$	$\searrow -2$	$\nearrow 2$	$\searrow -3$	$\nearrow +\infty$

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f(x^2 - 4x) = m + 5$ có ít nhất 5 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$

A. 13.

B. 9.

C. 10.

D. 11.

Lời giải

Chọn D

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = x^2 - 4x$ là:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$\searrow 0$	$\searrow -4$	$\nearrow +\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy được phương trình $x^2 - 4x = a$ có hai nghiệm dương khi $-4 < a < 0$ và có một nghiệm dương khi $a = -4$ hay $a > 0$.

Khi đó để phương trình $f(x^2 - 4x) = \frac{m+5}{3}$ khi và chỉ khi $-2 < \frac{m+5}{3} < 2 \Leftrightarrow -11 < m < 1.$

Câu 48. Xét các số phức z thỏa $|z - 1 + 2i| = 2\sqrt{5}$ và số phức w thỏa mãn $(5 + 10i)\overline{w} = (3 - 4i)z - 25i.$ Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |w|$ bằng:

A. 4.

B. $2\sqrt{10}.$

C. $4\sqrt{5}.$

D. 6.

Lời giải

Chọn B

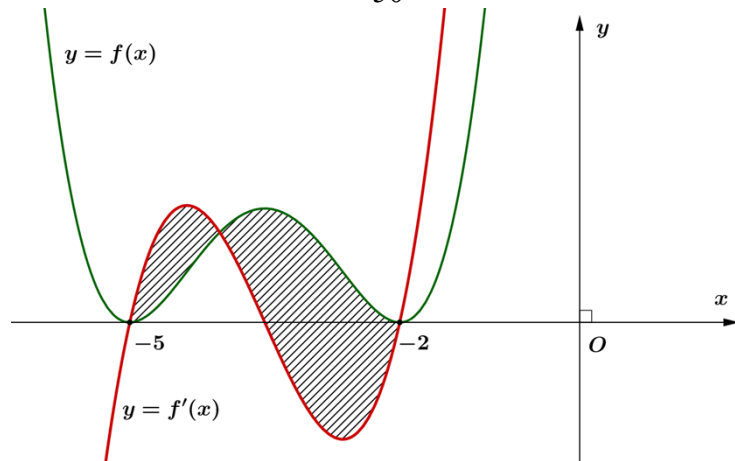
$$(5 + 10i)\overline{w} = (3 - 4i)z - 25i \Leftrightarrow (5 + 10i)\overline{w} + 25i + (3 - 4i)(-1 + 2i) = (3 - 4i)z + (3 - 4i)(-1 + 2i)$$

$$\Leftrightarrow (5 + 10i)\overline{w} + 5 + 35i = (3 - 4i)(z - 1 + 2i)$$

$$\Rightarrow |5 + 10i||\overline{w} + 3 + i| = 5|z - 1 + 2i| \Leftrightarrow |\overline{w} + 3 + i| = 2 \Leftrightarrow |w + 3 - i| = 2$$

$$\text{Ta có: } 2 = |w + 3 - i| \geq ||w| - |3 - i|| \Leftrightarrow \sqrt{10} - 2 \leq |w| \leq \sqrt{10} + 2.$$

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn, có đồ thị nhận đường thẳng $x = -3,5$ làm trục đối xứng. Biết diện tích hình phẳng của phần giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và hai đường thẳng $x = -5, x = -2$ có giá trị là $\frac{127}{50}$ (hình vẽ bên).



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành bằng

A. $\frac{81}{50}$.

B. $\frac{91}{50}$.

C. $\frac{71}{50}$.

D. $\frac{61}{50}$.

Lời giải

Chọn A

Do hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn và $f(x) = 0$ có 2 nghiệm kép $x = -5, x = -2 \Rightarrow f(x) = a(x+2)^2(x+5)^2 = a(x^2+7x+10)^2$

$$\Rightarrow f'(x) = 2a(x^2+7x+10)(2x+7). \text{ Ta có } f(x) - f'(x) = a(x^2+7x+10)(x^2+3x-4)$$

Gọi S là diện tích hình phẳng của phần giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và hai đường thẳng $x = -5, x = -2$

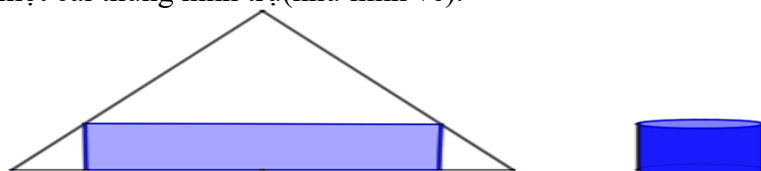
$$S = a \int_{-5}^{-2} (x^2+7x+10)(x^2+3x-4) dx. \text{ Đặt } A = \int_{-5}^{-2} (x^2+7x+10)(x^2+2x-4) dx = \frac{127}{10}.$$

$$\text{Ta có } S = a.A \Rightarrow a = \frac{S}{A} = \frac{1}{5}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành bằng

$$S_1 = \frac{1}{5} \int_{-5}^{-2} (x^2+7x+10)^2 dx = \frac{81}{50}.$$

Câu 50. Từ một tấm tôn hình tam giác đều cạnh bằng $6m$, ông A cắt thành một tấm tôn hình chữ nhật và cuộn lại được một cái thùng hình trụ (như hình vẽ).



Ông A làm được cái thùng có thể tích tối đa là V (Vật liệu làm nắp thùng coi như không liên quan). Giá trị của V thỏa mãn

A. $V \leq 1m^3$.

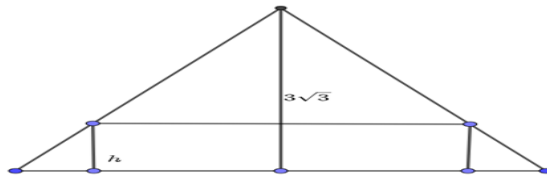
B. $V > 3m^3$.

C. $2m^3 < V \leq 3m^3$.

D. $1m^3 < V \leq 2m^3$.

Lời giải

Chọn C



Gọi h là chiều cao và r là bán kính đáy của cái thùng. Khi đó $\frac{3\sqrt{3}-h}{3\sqrt{3}} = \frac{2\pi r}{6} \Leftrightarrow r = \frac{3\sqrt{3}-h}{\pi\sqrt{3}}$.

$$\text{Vậy } V = \pi r^2 h = \frac{1}{6\pi} (3\sqrt{3}-h)^2 2h \leq \frac{1}{6\pi} \left(\frac{3\sqrt{3}-h+3\sqrt{3}-h+2h}{3} \right)^3 = \frac{1}{6\pi} (2\sqrt{3})^3 = \frac{4\sqrt{3}}{\pi} m^3.$$

$$\Rightarrow 2m^3 < V \leq 3m^3.$$

☞ HẾT ☞