
(Đề thi có ___ trang)

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 101

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong một giỏ hoa quả có 6 quả cam và 7 quả táo. Bạn Nga chọn lấy ngẫu nhiên 1 quả để ăn. Hỏi bạn có bao nhiêu cách chọn?

- A. 42. B. 7. C. 6. D. 13

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $\overline{AB} - \overline{AC} = \overline{DB} - \overline{DC}$. B. $\overline{BC} + \overline{AB} = \overline{DA} - \overline{DC}$.
C. $\overline{AC} - \overline{AD} = \overline{BD} - \overline{BC}$. D. $\overline{AB} - \overline{AD} = \overline{CD} + \overline{BC}$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} \leq \frac{1}{27}$ là

- A. $[2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2]$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(2; +\infty)$.

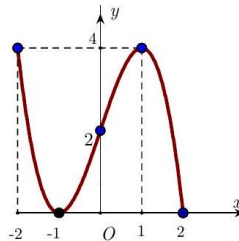
Câu 4. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2, 7; 3, 0)$	$[3, 0; 3, 3)$	$[3, 3; 3, 6)$	$[3, 6; 3, 9)$	$[3, 9; 4, 2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là (làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 0,13. B. 0,36. C. 3,39. D. 11,62.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm



- A. $(1; 4)$ B. $(-1; 0)$ C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Câu 6. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có phương trình lần lượt là:

- A. $x = -1, y = 2$. B. $x = \frac{1}{2}, y = -1$. C. $x = 1, y = -2$. D. $x = -1, y = \frac{1}{2}$

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int f(x) dx = e^{2x} + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(x) = e^{2x}$. B. $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$. C. $f(x) = 2e^x$. D. $f(x) = 2e^{2x}$.

Câu 8. Phương trình $\log_2(2x+1) = 3$ có nghiệm là:

- A. $x = 5$. B. $x = \frac{9}{2}$. C. $x = 4$. D. $x = \frac{7}{2}$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3), \vec{b} = (0; 2; -1), \vec{c} = (3; -1; 5)$. Tọa độ của véctơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$ là:

- A. $(-2; -2; 7)$. B. $(10; -2; 13)$. C. $(-2; 2; -7)$. D. $(-2; 2; 7)$.

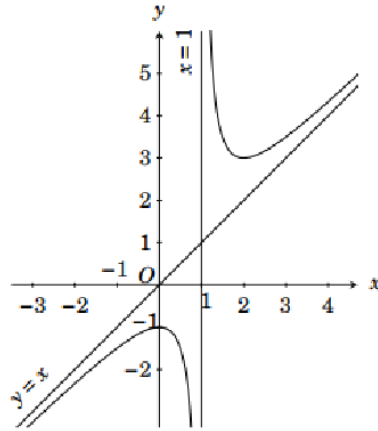
Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_2 = 6$. Giá trị của u_3 bằng

- A. -18. B. -12. C. 18. D. 12.

Câu 11. Cho khối chóp $S.ABC$, có SA vuông góc với đáy, đáy là tam giác vuông tại $B, SA = 2a, AB = 3a, BC = 4a$ Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $24a^3$. B. $8a^3$. C. $12a^3$. D. $4a^3$.

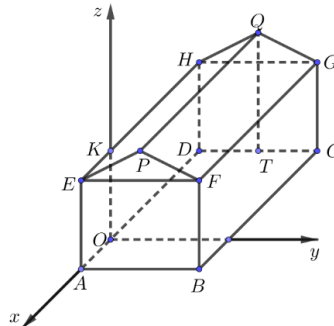
Câu 12. Đường cong ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số



- A. $y = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 2}$. B. $y = \frac{x^2 - 4x - 1}{x + 1}$. C. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$. D. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$.

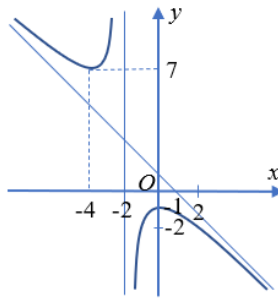
Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $ABFPE.DCGQH$ với $ABFE$ là hình chữ nhật và EFK là tam giác cân tại P . Gọi T là trung điểm của DC . Các kích thước của kho chứa lần lượt là $AB = 6\text{ m}; AE = 5\text{ m}; AD = 8\text{ m}; QT = 7\text{ m}$. Người ta mô hình hoá nhà kho bằng cách chọn hệ trục tọa độ có gốc tọa độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA = 2\text{ m}$ và các trục tọa độ tương ứng như hình vẽ dưới đây. Khi đó:



- a) Tọa độ điểm Q là $(-6; 3; 5)$.
- b) Véc tơ \overline{OC} có tọa độ là $(-6; 6; 0)$.
- c) Người ta muốn lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của FG và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O . Người ta thiết kế đường dây cáp nối từ O đến K sau đó nối thẳng đến camera. Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng $5 + 2\sqrt{10}$ m.
- d) Mái nhà được lợp bằng tôn Hoa Sen, giá tiền mỗi mét vuông tôn là 130.000 đồng. Số tiền cần bỏ ra để mua tôn lợp mái nhà là 3.750.000 đồng (không kể hao phí do việc cắt và ghép các miếng tôn, làm tròn kết quả đến hàng nghìn).

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây, biết đường tiệm cận của đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(0; 1)$ và $(1; 0)$.



- a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4; 0)$.
- c) Ta có $a + b + c + d = -2$.
- d) Khoảng cách từ $M(1; -8)$ đến đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng $\sqrt{5}$.

Câu 3. Xét hàm số $y = \frac{x}{2} - \sin^2 x$ trên khoảng $(0; \pi)$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(\frac{5\pi}{12}; \pi)$
- b) Hàm số có 2 điểm cực trị
- c) Giá trị cực tiểu của hàm số là $\frac{5\pi}{24} - \frac{2 + \sqrt{3}}{4}$
- d) Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-\sin^2 2x}{2}$ tại 2 nghiệm trên khoảng $(0; \pi)$

Câu 4. Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t giây là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.
- b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.
- c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.
- d) Kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn thì xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x < 2000$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F(x) = 2000x - x^2$ (chục nghìn đồng) và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là $G(x) = x^2 + 1440x + 50$ (chục nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (chục nghìn đồng) ($0 < x < 300$). Mức thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó.

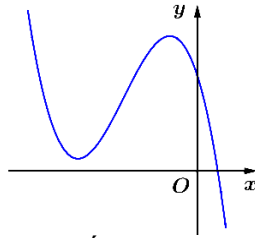
(Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 2. Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 2000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức:

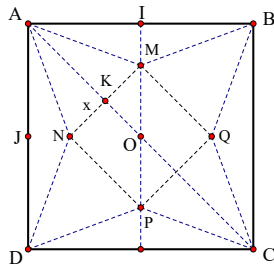
$$N(t) = 2000 + \frac{100t}{100 + t^2} \text{ (con)}, \text{ trong đó } t \text{ là thời gian tính bằng giây. Tính số lượng vi khuẩn lớn}$$

nhất kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng.

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

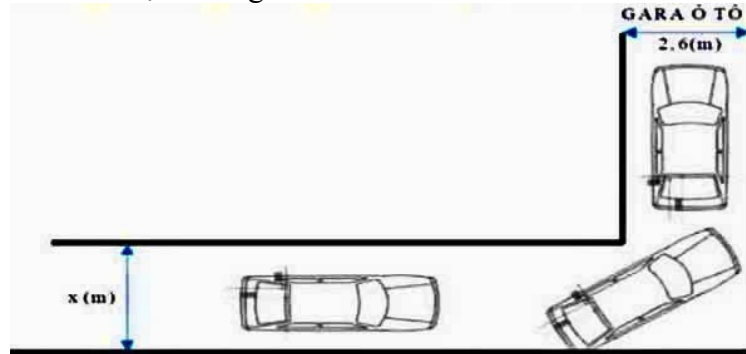


Câu 4. Cho một tấm bìa hình vuông có cạnh $2m$. Từ tấm bìa này làm một mô hình kim tự tháp Ai Cập, người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là các cạnh của hình vuông rồi gấp lên và ghép lại thành một hình chóp tứ giác đều. Thể tích của mô hình lớn nhất khi cạnh đáy của mô hình bằng $\frac{a\sqrt{2}}{b}(m)$ ($a, b \in \mathbb{Z}; a, b$ nguyên tố cùng nhau). Tính tổng $a^2 + b^2$?



Câu 5. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Các cạnh bên và các cạnh đáy đều bằng a . Gọi M là trung điểm SC . Tính số đo góc nhị diện $[A; BD; M]$ (tính theo đơn vị độ, làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 6. Hình vẽ bên dưới mô tả đoạn đường đi vào GARA ÔTÔ của bác An.



Đoạn đường đầu tiên có chiều rộng bằng $x(m)$, đoạn đường thẳng vào cổng GARA có chiều rộng $2,6(m)$. Biết kích thước xe ô tô là $5m \times 1,9m$ (chiều dài x chiều rộng). Để tính toán và thiết kế đường đi cho ô tô người ta coi ô tô như một khối hộp chữ nhật có kích thước chiều dài là $5(m)$, chiều rộng $1,9(m)$. Tìm chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên để ô tô có thể đi vào GARA được? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười; giả thiết ô tô không đi ra ngoài đường, không đi nghiêng và ô tô không bị biến dạng).

----- HẾT -----

(Đề thi có ___ trang)

Họ và tên:

Số báo danh:

Mã đề 102

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 9 + 2x$

- A. $F(x) = x^2 + C$. B. $F(x) = 9 + x^2 + C$. C. $F(x) = 9x + 2x^2 + C$. D.

$F(x) = 9x + x^2 + C$.

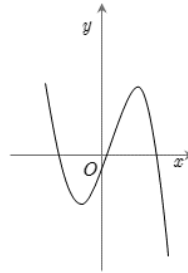
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			2		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

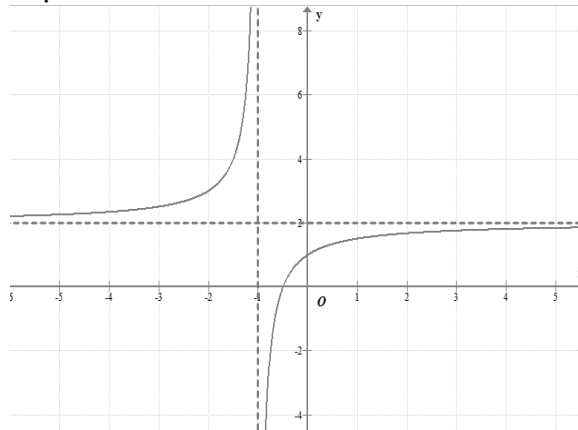
- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-2; 2)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-2; 1)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số này là



- A. 2 B. 3 C. 1 D. 0

Câu 4. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào



- A. $y = \frac{2x-3}{x+1}$. B. $y = \frac{x-1}{x+1}$. C. $y = \frac{2x+5}{x+1}$. D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

Câu 5. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được mẫu số liệu sau

Khoảng điểm	$[6, 5; 7)$	$[7; 7, 5)$	$[7, 5; 8)$	$[8; 8, 5)$	$[8, 5; 9)$	$[9; 9, 5)$	$[9, 5; 10)$
-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	--------------

Tần số	8	10	16	24	13	7	4
--------	---	----	----	----	----	---	---

Phương sai của mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của các học sinh đó là

- A. 0,609 . B. 0,616 . C. 0,78 . D. 0,785 .

Câu 6. Phương trình $\log_3(2x+1) = 2$ có nghiệm là

- A. $x = 4$. B. $x = \frac{7}{2}$. C. $x = 5$. D. $x = \frac{9}{2}$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $(0,21)^x < 1$ là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0]$. D. $[0; +\infty)$.

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$. B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$.
C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$. D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(3;-1;2)$. Tọa độ của vectơ \overrightarrow{BA} là

- A. $(-2;2;-4)$. B. $(2;-2;4)$. C. $(1;-1;2)$. D. $(2;0;0)$.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 6$ và $u_2 = -12$. Công bội q của cấp số nhân đã cho là

- A. $q = -18$. B. $q = -\frac{1}{2}$. C. $q = -2$. D. $q = -6$.

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = -1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $y = 2$.

Câu 12. Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật.

- A. 20. B. 10. C. 30. D. 11.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 4 \sin x \cos x + 2x$.

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 4 \sin 2x + 2$.
b) Hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị thuộc $[-\pi; \pi]$.
c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; -1)$.
d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$.

Câu 2. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn $200m$, tốc độ của ô tô là 36 km/h . Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc, sau 24s đó ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong thời gian còn lại trên cao tốc.

- a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là $180m$.
b) Vận tốc của ô tô tại thời điểm nhập làn là 72 km/h .
c) Quãng đường mà ô tô đi được trong thời gian 30 giây kể từ khi ô tô cách điểm nhập làn $200m$ là $620m$.

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong vòng 5s thì phát hiện chướng ngại vật cách đó 300m, người điều khiển lập tức đạp phanh và ô tô chuyển động chậm dần đều với

$$a(t) = -3 \left(m / s^2 \right). \text{ Khi đó ô tô dừng lại cách chướng ngại vật } 10m$$

Câu 3. Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất cách mặt đất 5 m, cách điểm xuất phát 3 m về phía Nam và 2 m về phía Đông. Chiếc flycam thứ hai cách mặt đất 5 m, cách điểm xuất phát 6 m về phía Bắc và 6 m về phía Tây. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất có trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo mét.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tọa độ của chiếc flycam thứ nhất là $A(3; 2; 5)$. Tọa độ của chiếc flycam thứ hai là $B(-6; -6; 5)$

b) Điểm đối xứng của A qua mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $A'(3; 2; -5)$

c) Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho M, A', B thẳng hàng là $M(-9; -8; 10)$

d) Trên mặt đất, người ta xác định một vị trí sao cho tổng khoảng cách từ đó đến hai chiếc flycam ngắn nhất. Khoảng cách từ điểm xuất phát đến vị trí đó là $7\sqrt{5}$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$.

a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 0]$ là 1.

d) Có đúng 5 giá trị nguyên của m để phương trình $f(x) = m$ vô nghiệm.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

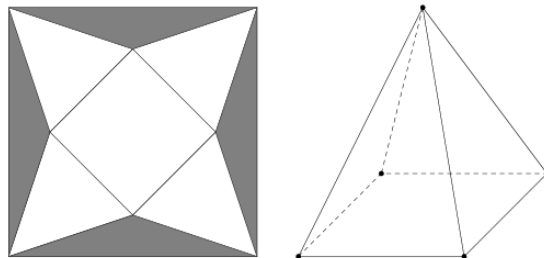
Câu 1. Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 3000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức:

$$N(t) = 3000 + \frac{100t}{100 + t^2} \text{ (con)}, \text{ trong đó } t \text{ là thời gian tính bằng giây. Tính số lượng vi khuẩn lớn nhất kể từ}$$

khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng.

Câu 2. Một tấm bạt hình vuông cạnh 20 m như hình vẽ dưới đây. Người ta dự tính cắt phần tô đậm của tấm bạt rồi gập và may lại (các đường may không đáng kể), nhằm mục đích phủ lên tháp đèn trang trí (tháp dạng hình chóp tứ giác đều) để tránh hư hại tháp khi trời mưa.

Biết khối chóp hình thành sau khi gập và may lại cần thể tích lớn nhất thì mới phủ kín tháp đèn. Hỏi phần diện tích tấm bạt bị cắt là bao nhiêu để đảm bảo yêu cầu trên.



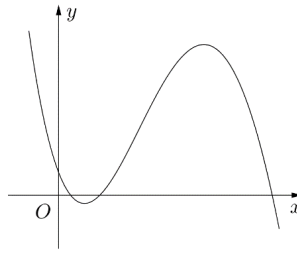
Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét, mặt đất trùng với mặt phẳng (Oxy)), có khu du lịch O ở vị trí gốc tọa độ. Một công ty cần xây dựng một trạm dừng nghỉ M có tọa độ là $M(x; y; 0)$ cách khu du lịch O một khoảng 6km. Công ty dự kiến xây dựng đường hai làn từ bến xe A đến trạm M và đường bốn làn từ bến xe B đến trạm M , chi phí làm đường hai làn là 13 tỉ đồng/1km và đường bốn làn là 26 tỉ đồng/1km. Công ty đã xác định vị trí trạm dừng nghỉ M để tổng chi phí xây dựng cả hai con đường là nhỏ nhất, khi đó tổng chi phí xây dựng nhỏ nhất là bao

nhiều tỉ đồng, biết tọa độ của hai bến xe là $A(12; 0; 0)$, $B(8; 12; 0)$ và các con đường là những đường thẳng.

Câu 4. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Hỏi lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày?

Câu 5. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Các cạnh bên và các cạnh đáy đều bằng $2a$. Gọi M là trung điểm SA . Tính số đo góc nhị diện $[M; BD; C]$ (tính theo đơn vị độ, làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 6. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



----- HẾT -----

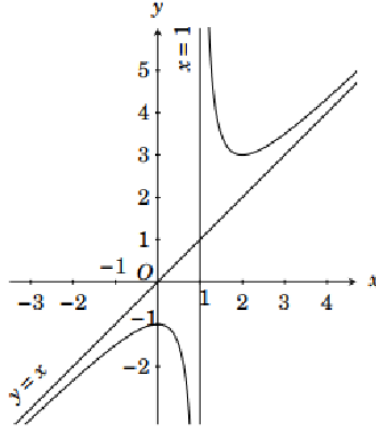
GÓC 1

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int f(x) dx = e^{2x} + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(x) = 2e^{2x}$. B. $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$. C. $f(x) = 2e^x$. D. $f(x) = e^{2x}$.

Câu 2: Đường cong ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số



- A. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$. B. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$. C. $y = \frac{x^2 - 4x - 1}{x + 1}$. D. $y = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 2}$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} \leq \frac{1}{27}$ là

- A. $(-\infty; 2]$. B. $(2; +\infty)$. C. $[2; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_2 = 6$. Giá trị của u_3 bằng

- A. -18. B. 18. C. 12. D. -12.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $\overline{BC} + \overline{AB} = \overline{DA} - \overline{DC}$. B. $\overline{AC} - \overline{AD} = \overline{BD} - \overline{BC}$.
C. $\overline{AB} - \overline{AC} = \overline{DB} - \overline{DC}$. D. $\overline{AB} - \overline{AD} = \overline{CD} + \overline{BC}$.

Câu 6: Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có phương trình lần lượt là:

- A. $x = \frac{1}{2}, y = -1$. B. $x = 1, y = -2$. C. $x = -1, y = 2$. D. $x = -1, y = \frac{1}{2}$.

Câu 7: Trong một giỏ hoa quả có 6 quả cam và 7 quả táo. Bạn Nga chọn lấy ngẫu nhiên 1 quả để ăn. Hỏi bạn có bao nhiêu cách chọn?

- A. 42. B. 7. C. 6. D. 13

Câu 8: Cho khối chóp $S.ABC$, có SA vuông góc với đáy, đáy là tam giác vuông tại $B, SA = 2a, AB = 3a, BC = 4a$ Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $8a^3$.

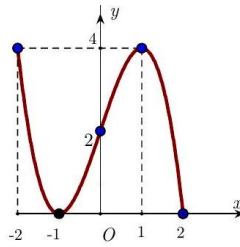
B. $4a^3$.

C. $12a^3$.

D. $24a^3$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.

Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm



A. $x = 1$.

B. $(1; 4)$

C. $(-1; 0)$

D. $x = -1$.

Câu 10: Phương trình $\log_2(2x+1) = 3$ có nghiệm là:

A. $x = 4$.

B. $x = 5$.

C. $x = \frac{9}{2}$.

D. $x = \frac{7}{2}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$ là:

A. $(10; -2; 13)$.

B. $(-2; 2; -7)$.

C. $(-2; -2; 7)$.

D. $(-2; 2; 7)$.

Câu 12: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2, 7; 3, 0)$	$[3, 0; 3, 3)$	$[3, 3; 3, 6)$	$[3, 6; 3, 9)$	$[3, 9; 4, 2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là (làm tròn đến hàng phần trăm)

A. 3,39.

B. 11,62.

C. 0,13.

D. 0,36.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Xét hàm số $y = \frac{x}{2} - \sin^2 x$ trên khoảng $(0; \pi)$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(\frac{5\pi}{12}; \pi)$

b) Hàm số có 2 điểm cực trị

c) Giá trị cực tiểu của hàm số là $\frac{5\pi}{24} - \frac{2 + \sqrt{3}}{4}$

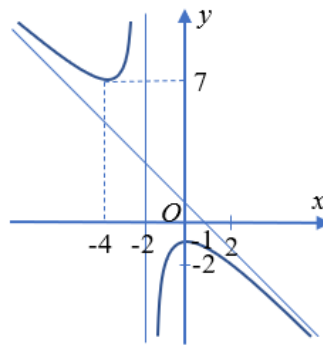
d) Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-\sin^2 2x}{2}$ tại 2 nghiệm trên khoảng $(0; \pi)$

Câu 2: Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ

thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

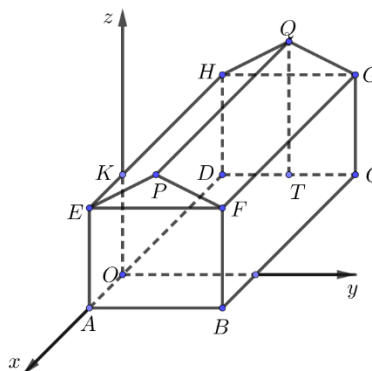
- a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t giây là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.
- b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.
- c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.
- d) Kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn thì xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây, biết đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(0;1)$ và $(1;0)$.



- a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4;0)$.
- c) Ta có $a + b + c + d = -2$.
- d) Khoảng cách từ $M(1; -8)$ đến đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng $\sqrt{5}$.

Câu 4: Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $ABFPE.DCGQH$ với $ABFE$ là hình chữ nhật và EFP là tam giác cân tại P . Gọi T là trung điểm của DC . Các kích thước của kho chứa lần lượt là $AB = 6$ m; $AE = 5$ m; $AD = 8$ m; $QT = 7$ m. Người ta mô hình hoá nhà kho bằng cách chọn hệ trục tọa độ có gốc tọa độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA = 2$ m và các trục tọa độ tương ứng như hình vẽ dưới đây. Khi đó:



a) Tọa độ điểm Q là $(-6; 3; 5)$.

b) Véc tơ \overline{OC} có tọa độ là $(-6; 6; 0)$.

c) Người ta muốn lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của FG và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O . Người ta thiết kế đường dây cáp nối từ O đến K sau đó nối thẳng đến camera. Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng $5 + 2\sqrt{10}$ m.

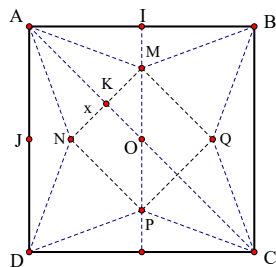
d) Mái nhà được lợp bằng tôn Hoa Sen, giá tiền mỗi mét vuông tôn là 130.000 đồng. Số tiền cần bỏ ra để mua tôn lợp mái nhà là 3.750.000 đồng (không kể hao phí do việc cắt và ghép các miếng tôn, làm tròn kết quả đến hàng nghìn).

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Các cạnh bên và các cạnh đáy đều bằng a . Gọi M là trung điểm SC . Tính số đo góc nhị diện $[A; BD; M]$ (tính theo đơn vị độ, làm tròn đến hàng đơn vị).

A. 135

Câu 2: Cho một tấm bìa hình vuông có cạnh $2m$. Từ tấm bìa này làm một mô hình kim tự tháp Ai Cập, người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là các cạnh của hình vuông rồi gấp lên và ghép lại thành một hình chóp tứ giác đều. Thể tích của mô hình lớn nhất khi cạnh đáy của mô hình bằng $\frac{a\sqrt{2}}{b}(m)$ ($a, b \in \mathbb{Z}; a, b$ nguyên tố cùng nhau). Tính tổng $a^2 + b^2$?



A. 41

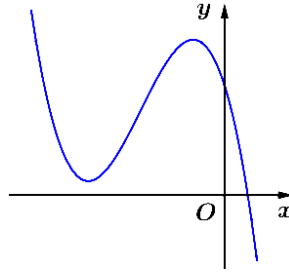
Câu 3: Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 2000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức:

$$N(t) = 2000 + \frac{100t}{100 + t^2} \text{ (con)}, \text{ trong đó } t \text{ là thời gian tính bằng giây. Tính số lượng vi khuẩn lớn nhất}$$

kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng.

A. 2005

Câu 4: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



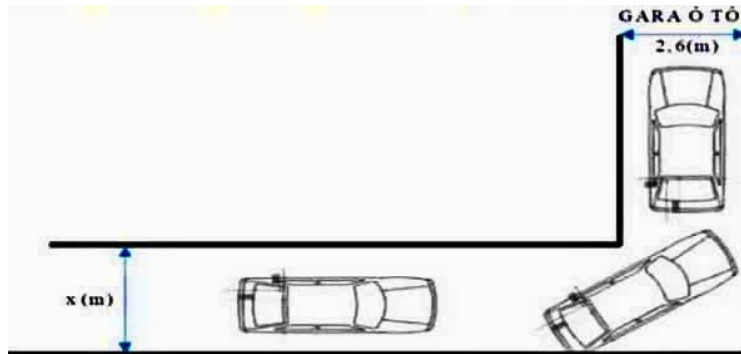
A. 1.

Câu 5: Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x < 2000$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F(x) = 2000x - x^2$ (chục nghìn đồng) và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là $G(x) = x^2 + 1440x + 50$ (chục nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (chục nghìn đồng) ($0 < x < 300$). Mức thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó.

(Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

A. 280

Câu 6: Hình vẽ bên dưới mô tả đoạn đường đi vào GARA ÔTÔ của bác An.



Đoạn đường đầu tiên có chiều rộng bằng $x(m)$, đoạn đường thẳng vào cổng GARA có chiều rộng $2,6(m)$. Biết kích thước xe ô tô là $5m \times 1,9m$ (chiều dài x chiều rộng). Để tính toán và thiết kế đường đi cho ô tô người ta coi ô tô như một khối hộp chữ nhật có kích thước chiều dài là $5(m)$, chiều rộng $1,9(m)$. Tìm chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên để ô tô có thể đi vào GARA được? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười; giả thiết ô tô không đi ra ngoài đường, không đi nghiêng và ô tô không bị biến dạng).

A. 3,7

HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int f(x) dx = e^{2x} + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x) = 2e^{2x}$.

B. $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$.

C. $f(x) = 2e^x$.

D. $f(x) = e^{2x}$.

$$(e^{2x} + c)' = 2e^{2x}$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$.

B. $\vec{n}_4 = (2; 1; -3)$

C. $\vec{n}_3 = (2; -1; -3)$.

D. $\vec{n}_2 = (2; 1; 3)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{3}^{x+1} \leq \frac{1}{27}$ là

A. $(-\infty; 2]$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $[2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1)$.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} \leq \frac{1}{27} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^3 \Rightarrow x+1 \geq 3 \rightarrow x \geq 2$$

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_2 = 6$. Giá trị của u_3 bằng

A. -18.

B. 18.

C. 12.

D. -12.

$$u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{-2} = -3$$

$$u_3 = u_1 \cdot q^2 = -18$$

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\vec{BC} + \vec{AB} = \vec{DA} - \vec{DC}$.

B. $\vec{AC} - \vec{AD} = \vec{BD} - \vec{BC}$.

C. $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{DB} - \vec{DC}$.

D. $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{CD} + \vec{BC}$.

$$\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{AB} + \vec{CA} = \vec{CB}$$

$$\vec{DB} - \vec{DC} = \vec{DB} + \vec{CD} = \vec{CB}$$

Câu 6: Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có phương trình lần lượt là:

A. $x = \frac{1}{2}, y = -1$.

B. $x = 1, y = -2$.

C. $x = -1, y = 2$.

D. $x = -1, y = \frac{1}{2}$.

TCN $y = 2$; TCD: $x = -1$

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$ trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ là

A. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln x}$.

B. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

C. $y' = \frac{2\ln 2}{2x+1}$.

D. $y' = \frac{2}{(x+1)\ln 2}$.

Câu 8: Cho khối chóp $S.ABC$, có SA vuông góc với đáy, đáy là tam giác vuông tại $B, SA = 2a, AB = 3a, BC = 4a$ Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $8a^3$.

B. $4a^3$.

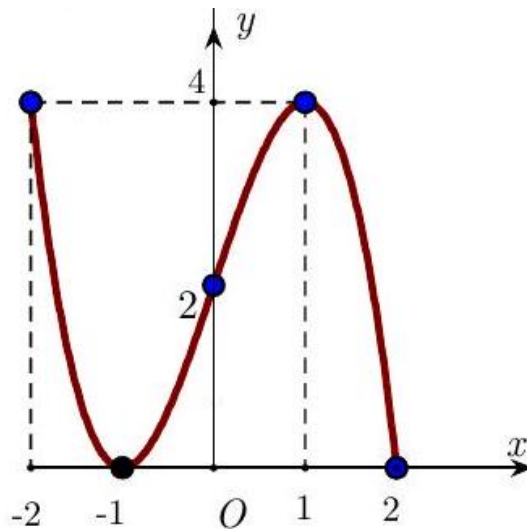
C. $12a^3$.

D. $24a^3$.

$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot 3a \cdot 4a = 4a^3$

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.

Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm



A. $x = 1$.

B. $(1; 4)$

C. $(-1; 0)$

D. $x = -1$.

Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$

Câu 10: Nếu $\int_0^{\frac{\pi}{3}} [\sin x - 3f(x)] dx = 6$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx$ bằng

A. $\frac{13}{2}$.

B. $-\frac{11}{2}$.

C. $-\frac{13}{4}$.

D. $-\frac{11}{6}$.

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} [\sin x - 3f(x)] dx = 6 \Leftrightarrow \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx - 3 \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = 6 \Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx - 6}{3} = \frac{-11}{6}$$

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tọa độ của vecto $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$ là:

A. $(10; -2; 13)$.

B. $(-2; 2; -7)$.

C. $(-2; -2; 7)$.

D. $(-2; 2; 7)$.

$$\left. \begin{array}{l} 2\vec{a}(4; -6; 6) \\ 3\vec{b}(0; 6; -3) \\ -2\vec{c}(-6; 2; -10) \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{u}(-2; 2; -7)$$

Câu 12: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2, 7; 3, 0)$	$[3, 0; 3, 3)$	$[3, 3; 3, 6)$	$[3, 6; 3, 9)$	$[3, 9; 4, 2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là (làm tròn đến hàng phần trăm)

A. 3,39.

B. 11,62.

C. 0,13.

D. 0,36.

Lời giải

Lời giải

Chọn C

+ Cỡ mẫu: $n = 20$.

Quãng đường (km)	$[2, 7; 3, 0)$	$[3, 0; 3, 3)$	$[3, 3; 3, 6)$	$[3, 6; 3, 9)$	$[3, 9; 4, 2)$
Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

+ Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{2,85 \cdot 3 + 3,15 \cdot 6 + 3,45 \cdot 5 + 3,75 \cdot 4 + 4,05 \cdot 2}{20} = 3,39.$$

+ Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{20} (2,85^2 \cdot 3 + 3,15^2 \cdot 6 + 3,45^2 \cdot 5 + 3,75^2 \cdot 4 + 4,05^2 \cdot 2) - 3,39^2 \approx 0,13.$$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Xét hàm số $y = \frac{x}{2} - \sin^2 x$ trên khoảng $(0; \pi)$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{5\pi}{12}; \pi\right)$

b) Hàm số có 2 điểm cực trị

c) Giá trị cực tiểu của hàm số là $\frac{5\pi}{24} - \frac{2 + \sqrt{3}}{4}$

d) Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-\sin^2 2x}{2}$ tại 2 điểm trên khoảng $(0; \pi)$

Lời giải

a	b	c	d
Sai	Đúng	Đúng	Sai

$$a) y' = \frac{1}{2} - 2 \sin x \cdot \cos x = 0 \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ 2x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases}$$

$$\text{Có } 0 < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} 0 < \frac{\pi}{12} + k\pi < \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} \\ 0 < \frac{5\pi}{12} + k\pi < \pi \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$	π		
y'		+	0	-	0	+
y		↗ y_{CB}		↘ y_{CT}		↗

$$\text{Dựa vào bảng biến thiên} \Rightarrow \begin{cases} y_{CB} = \frac{\pi}{24} - \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \\ y_{CT} = \frac{5\pi}{24} - \frac{2 + \sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

$$d) f'(x) = \frac{-\sin^2 2x}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} - \sin 2x = -\frac{\sin^2 2x}{2} \Rightarrow \frac{\sin^2 2x}{2} - \sin 2x + \frac{1}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \sin 2x = 1 \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$$

$$\text{Có } 0 < x < \pi \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} + k\pi < \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \text{Có 1 nghiệm trên khoảng } (0; \pi)$$

Câu 2: Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t giây là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.
- b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.
- c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.
- d) Kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn thì xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải

a) Do $s'(t) = v(t)$ nên quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có: $\int (-10t + 20)dt = -5t^2 + 20t + C$ với C là hằng số.

Khi đó, ta gọi hàm số $s(t) = -5t^2 + 20t + C$.

Do $s(0) = 0$ nên $C = 0$. Suy ra $s(t) = -5t^2 + 20t$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Xe ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0$ hay $-10t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Vậy thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây. Suy ra mệnh đề **sai**

d) Ta có xe ô tô đang chạy với tốc độ $65 \text{ km/h} \approx 18 \text{ m/s}$.

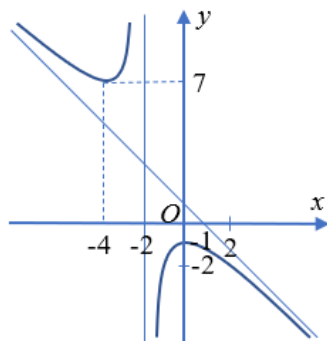
Do đó, quãng đường xe ô tô còn di chuyển được kể từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là: $s(2) = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 = 20$ (m).

Vậy quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là: $18 + 20 \approx 38$ (m).

Do $38 < 50$ nên xe ô tô đã dừng hẳn trước khi va chạm với chướng ngại vật trên đường.

Suy ra mệnh đề **Đúng**.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây, biết đường tiệm cận của đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(0;1)$ và $(1;0)$.



- a) Khoảng cách từ $M(1; -8)$ đến đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng $\sqrt{5}$.
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4; 0)$.
- c) Ta có $a + b + c + d = -2$.
- d) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải

a	b	c	d
Đúng	Sai	Đúng	Sai

+ Theo hàm số thì TCD của đồ thị hàm số là $x = -d$.

Theo đồ thị hàm số thì TCD của đồ thị hàm số là $x = -2$.

$$\Rightarrow d = 2 \Rightarrow f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + 2}.$$

+ Đồ thị hàm số đi qua $(0; -1)$ nên $-1 = \frac{a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c}{0 + 2}$

$$\Leftrightarrow c = -2 \Rightarrow f(x) = \frac{ax^2 + bx - 2}{x + 2}.$$

+ Từ hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx - 2}{x + 2} \Rightarrow f(x) = ax + (b - 2a) + \frac{4a - 2b - 2}{x + 2}$.

Suy ra TCX có phương trình: $y = ax + (b - 2a)$.

Theo GT: TCX đi qua $(0; 1)$ và $(1; 0)$ nên

$$\begin{cases} 1 = a \cdot 0 + (b - 2a) \\ 0 = a \cdot 1 + (b - 2a) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b - 2a = 1 \\ b = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow y = f(x) = \frac{-x^2 - x - 2}{x + 2}.$$

a) Đúng

Đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số:

$$y = \frac{(-x^2 - x - 2)'}{(x+2)'} \Rightarrow y = -2x - 1 \Rightarrow 2x + y + 1 = 0.$$

Khoảng cách từ $M(1; -8)$ đến đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng

$$\frac{|2 \cdot 1 - 8 + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}.$$

b) Sai

Hàm số không xác định tại $x = -2 \in (-4; 0)$ nên đồ thị hàm số không thể đơn điệu trên $(-4; 0)$.

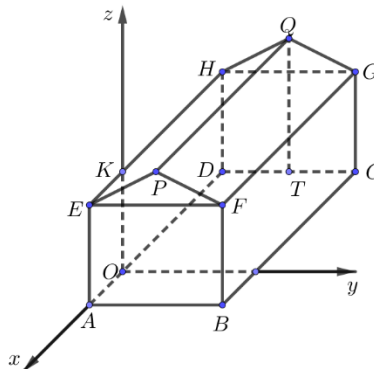
c) Đúng

$$a + b + c + d = -1 - 1 - 2 + 2 = -2.$$

d) Sai

Tập xác định của hàm số $y = f(x) = \frac{-x^2 - x - 2}{x + 2}$ là $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Câu 4: Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $ABFPE.DCGQH$ với $ABFE$ là hình chữ nhật và EFQ là tam giác cân tại P . Gọi T là trung điểm của DC . Các kích thước của kho chứa lần lượt là $AB = 6\text{ m}$; $AE = 5\text{ m}$; $AD = 8\text{ m}$; $QT = 7\text{ m}$. Người ta mô hình hoá nhà kho bằng cách chọn hệ trục tọa độ có gốc tọa độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA = 2\text{ m}$ và các trục tọa độ tương ứng như hình vẽ dưới đây. Khi đó:



a) Tọa độ điểm Q là $(-6; 3; 5)$.

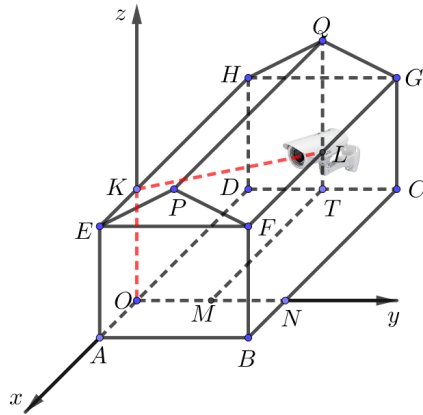
b) Véc tơ \overrightarrow{OC} có tọa độ là $(-6; 6; 0)$.

c) Người ta muốn lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của FG và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O . Người ta thiết kế đường dây cáp nối từ O đến K sau đó nối thẳng đến camera. Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng $5 + 2\sqrt{10}$ m.

d) Mái nhà được lợp bằng tôn Hoa Sen, giá tiền mỗi mét vuông tôn là 130.000 đồng. Số tiền cần bỏ ra để mua tôn lợp mái nhà là 3.750.000 đồng (không kể hao phí do việc cắt và ghép các miếng tôn, làm tròn kết quả đến hàng nghìn).

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------



(a) Kẻ $TM \perp Oy$, $CN \perp Oy$.

Vì T là hình chiếu của Q lên (Oxy) nên

$$\begin{cases} x_Q = x_T = -OD = -(AD - OA) = -6 \\ y_Q = y_T = OH = \frac{AB}{2} = 3 \end{cases} .$$

$$z_Q = QT = 7$$

Suy ra $Q(-6; 3; 7)$.

(b) Vì $C \in (Oxy)$ nên $z_C = 0$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_C = -OD = -6 \\ y_C = ON = AB = 6 \end{cases} .$$

Suy ra $C(-6; 6; 0)$.

$$\text{Vậy } \overrightarrow{OC} = (-6; 6; 0).$$

(c) Gọi L là trung điểm của FG .

Ta có: $z_K = OK = AE = 5$.

Suy ra $K(0; 0; 5)$.

$$\Rightarrow OK = 5.$$

B, C lần lượt là hình chiếu của F, G lên (Oxy) .

Suy ra $F(2; 6; 5), G(-6; 6; 5)$.

Mà L là trung điểm của FG nên $L(-2; 6; 5) \Rightarrow KL = 2\sqrt{10}$.

Vậy độ dài đoạn cáp tối thiểu từ O đến K sau đó nối thẳng đến camera là

$$OK + KL = 5 + 2\sqrt{10} \text{ (m)}$$

$$(d) FG = \sqrt{(-6-2)^2 + (6-6)^2 + (5-5)^2} = 8 \text{ (m)} .$$

$$GQ = \sqrt{(-6+6)^2 + (3-6)^2 + (7-5)^2} = \sqrt{13} \text{ (m)} .$$

$$\text{Suy ra } S_{FGQP} = FG \cdot GQ = 8\sqrt{13} \text{ (m}^2\text{)} .$$

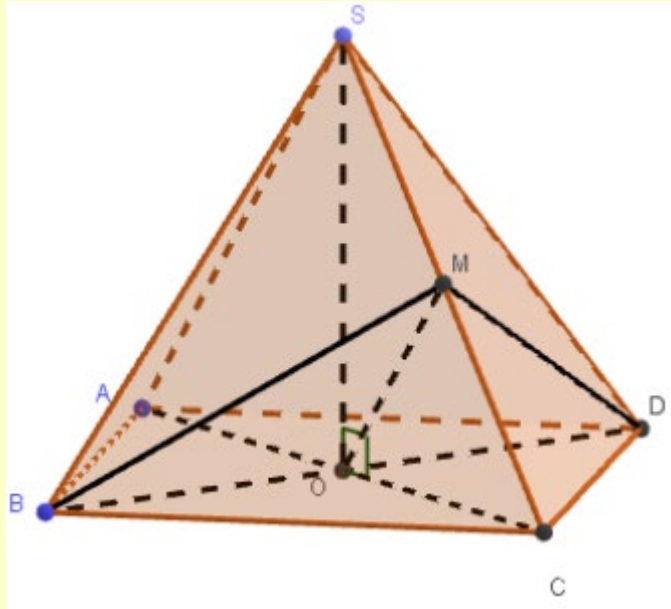
$$\text{Diện tích lợp tôn mái nhà là } 2S_{FGQP} = 16\sqrt{13} \text{ (m}^2\text{)} .$$

Số tiền cần bỏ ra để mua tôn lợp mái nhà là

$$16\sqrt{13} \cdot 130000 \approx 7500000 \text{ (đồng)}.$$

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Giải chi tiết:



Ta có: $\Delta SBC = \Delta SDC$ (đều cạnh a), BM, DM là hai đường trung tuyến ứng với cạnh SC . Do đó: $BM = DM$.

Suy ra: ΔBMD cân tại M .

Mà O là trung điểm BD nên $MO \perp BD$ tại O .

Ta cũng có: $AC \perp BD$ tại O .

Do đó: góc giữa hai mặt phẳng (BMD) và $(ABCD) =$ góc giữa OM và $OC = \widehat{MOC}$.

Ta lại có: $SO \perp (ABCD)$ nên ΔSOC vuông tại O .

$$\text{Mặt khác: } OC = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}; SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Do đó, tam giác ΔSOC vuông cân tại O .

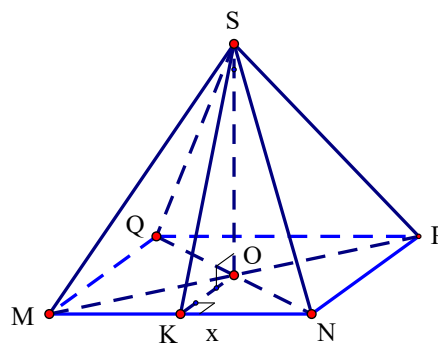
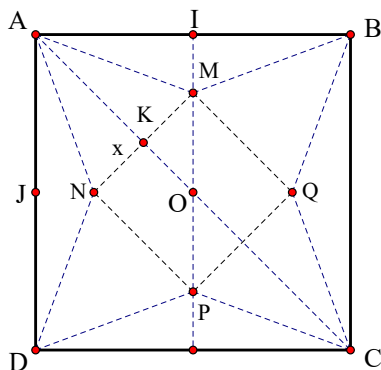
Nên đường trung tuyến OM cũng là đường phân giác.

$$\text{Do đó: } \widehat{MOC} = 45^\circ.$$

Câu 2: Cho một tấm bìa hình vuông có cạnh $2m$. Từ tấm bìa này làm một mô hình kim tự tháp Ai Cập, người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là các cạnh của hình vuông rồi gấp lên và ghép lại

thành một hình chóp tứ giác đều. Thể tích của mô hình lớn nhất khi cạnh đáy của mô hình bằng $\frac{a\sqrt{2}}{b}(m)$ ($a, b \in \mathbb{Z}; a, b$ nguyên tố cùng nhau). Tính tổng $a^2 + b^2$?

Lời giải



Gọi độ dài cạnh đáy của hình chóp là $x(m)$. Do $MN < IJ = \sqrt{2} \Rightarrow x \in (0; \sqrt{2})$.

Ta có: $OK = \frac{x}{2}; OA = \frac{AC}{2} = \sqrt{2} \Rightarrow SK = AK = \sqrt{2} - \frac{x}{2}$.

Do vậy: $SO = \sqrt{SK^2 - OK^2} = \sqrt{\left(\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{2 - \sqrt{2}x}$.

Khi đó thể tích khối chóp là: $V = \frac{1}{3}x^2\sqrt{2 - \sqrt{2}x}$.

Xét $f(x) = \frac{1}{3}x^2\sqrt{2 - \sqrt{2}x}$ ($x \in (0; \sqrt{2})$), ta có:

$$f'(x) = \frac{1}{3} \left(2x\sqrt{2 - \sqrt{2}x} - x^2 \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2 - \sqrt{2}x}} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{4x(2 - \sqrt{2}x) - \sqrt{2}x^2}{2\sqrt{2 - \sqrt{2}x}} \right) = \frac{8x - 5\sqrt{2}x^2}{3(2\sqrt{2 - \sqrt{2}x})}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 8x - 5\sqrt{2}x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{4\sqrt{2}}{5} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	0	$\frac{4\sqrt{2}}{5}$	$\sqrt{2}$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$
$f(x)$				

Ta thấy thể tích của mô hình lớn nhất khi cạnh đáy của mô hình là $x = \frac{4\sqrt{2}}{5} \Rightarrow a = 4, b = 5 \Rightarrow a^2 + b^2 = 41$.

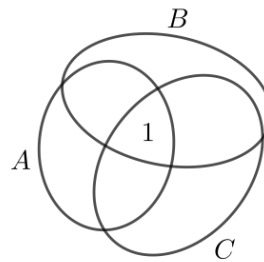
Câu 3: T Cho tập $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Ba học sinh Đức, Hoàng và Kiên mỗi bạn độc lập với hai người kia viết ngẫu nhiên ra một tập con của E có đúng 2 phần tử. Tính xác suất để ba tập hợp được viết ra có đúng một phần tử thuộc cả ba tập đó.

Giả sử ba tập hợp được viết ra bởi Đức, Hoàng và Kiên là A, B, C .

Đặt $S = A \cap B \cap C$. Gọi biến cố cần tính xác suất là X .

Mỗi bạn có $C_6^2 = 15$ sự lựa chọn. Suy ra $n(\Omega) = 15 \times 15 \times 15$.

Ta có $|S| = 1$, nên số cách chọn 1 phần tử cho S là C_6^1 . Xét hai trường hợp sau:



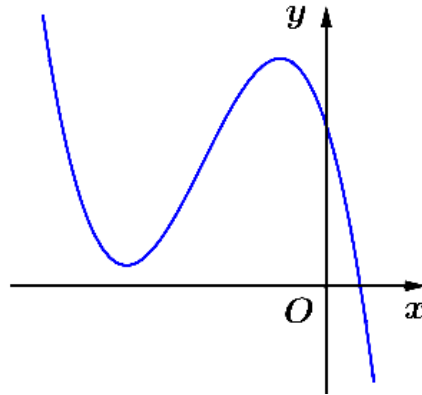
TH1. Các tập $(A \cap B) \setminus S$, $(B \cap C) \setminus S$ và $(C \cap A) \setminus S$ đều rỗng. Số cách chọn phần tử thứ hai cho A, B, C là $C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1$.

TH2. Trong ba tập $(A \cap B) \setminus S$, $(B \cap C) \setminus S$ và $(C \cap A) \setminus S$ có ít nhất một tập khác rỗng.

Đề ý rằng, vì mỗi tập A, B, C chỉ có đúng 2 phần tử mà $|S| = 1$ nên trong ba tập $(A \cap B) \setminus S$, $(B \cap C) \setminus S$ và $(C \cap A) \setminus S$ nếu có một tập khác rỗng (có 1 phần tử) thì hai tập còn lại phải rỗng. Do đó số cách chọn phần tử thứ hai cho A, B, C là $3(C_5^1 \cdot C_4^1)$.

Suy ra xác suất cần tính là $P(X) = \frac{C_6^1(C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 + 3(C_5^1 \cdot C_4^1))}{15 \times 15 \times 15} = \frac{16}{75}$.

Câu 4: (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$

$$\text{Hàm số có 2 cực trị âm nên } \begin{cases} \Delta'_{y'} > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 9ac > 0 \\ -\frac{2b}{3a} < 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; d)$ nên $d > 0$

Vậy có đúng 1 số dương trong các số a, b, c, d .

Câu 5: Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x < 2000$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F(x) = 2000x - x^2$ (chục nghìn đồng) và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là $G(x) = x^2 + 1440x + 50$ (chục nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (chục nghìn đồng) ($0 < x < 300$). Mức thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó.

(Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lợi nhuận = Doanh thu - chi phí - thuế

Gọi $f(x)$ là hàm biểu thị tổng lợi nhuận của doanh nghiệp khi bán hết x sản phẩm

$g(t)$ là hàm biểu thị tổng mức thuế nhà nước phụ thu ứng với x sản phẩm mà doanh nghiệp bán hết

Khi đó $f(x) = F(x) - G(x) - xt$ với $x \in (0; 2000)$

$$= 2000x - x^2 - x^2 - 1440x - 50 - xt$$

$$= -2x^2 + (560 - t)x - 50$$

$$f'(x) = -4x + 560 - t \Rightarrow x = \frac{560 - t}{4} \in (0; 2000)$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{560-t}{4}$	2000	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$		Max		

$$\Rightarrow \text{Max}_{(0;2000)} f(x) = f\left(\frac{560-t}{4}\right) \Rightarrow g(t) = x.t = \frac{560-t}{4}.t \text{ với } t \in (0; 300)$$

$$\Rightarrow g(t) = -\frac{1}{4}t^2 + 140t$$

Bảng biến thiên

t	0	280	300
$g(t)$		Max	

Vậy $g(t)$ max khi $t = 280$ (nghìn đồng)

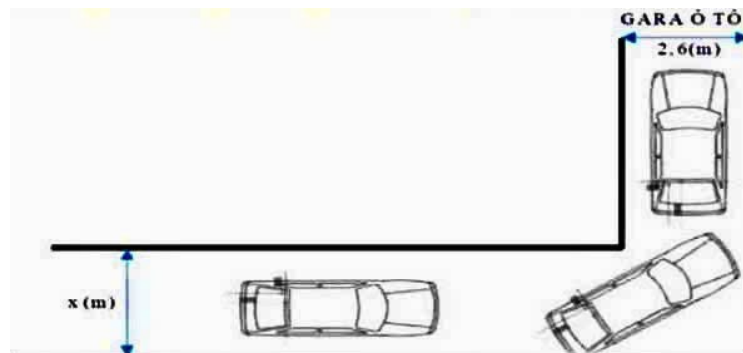
Đáp án

2

8

0

Câu 6: Hình vẽ bên dưới mô tả đoạn đường đi vào GARA ÔTÔ của bác An.

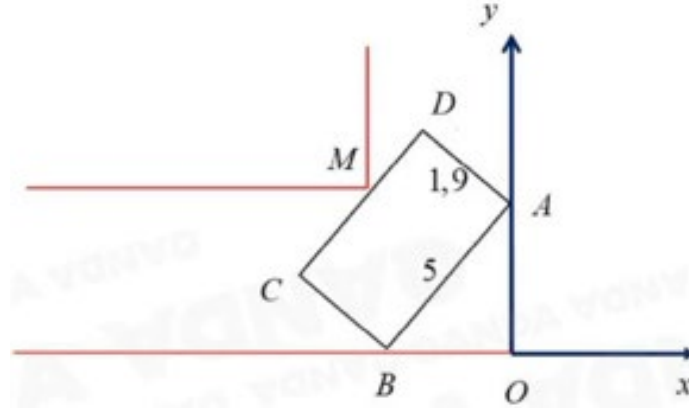


Đoạn đường đầu tiên có chiều rộng bằng x (m), đoạn đường thẳng vào cổng GARA có chiều rộng $2,6$ (m). Biết kích thước xe ô tô là $5\text{m} \times 1,9\text{m}$ (chiều dài x chiều rộng). Để tính toán và thiết kế đường đi cho ô tô người ta coi ô tô như một khối hộp chữ nhật có kích thước chiều dài là 5 (m), chiều rộng

1,9(m). Tìm chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên để ô tô có thể đi vào GARA được? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười; giả thiết ô tô không đi ra ngoài đường, không đi nghiêng và ô tô không bị biến dạng).

Lời giải

Trả lời: 3,7



Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ. Khi đó, $M(-2, 6; m)$.

Gọi $B(-a; 0)$, suy ra $A(0; \sqrt{25-a^2})$, $a > 0$.

Từ đó, phương trình của AB là $\frac{x}{-a} + \frac{y}{\sqrt{25-a^2}} = 1$.

Do $CD \parallel AB$ nên phương trình CD là $\frac{x}{-a} + \frac{y}{\sqrt{25-a^2}} - k = 0$.

Khoảng cách giữa AB và CD là chiều rộng của ô tô và bằng 1,9 m nên

$$\frac{|k-1|}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{25-a^2}}\right)^2}} = 1,9 \Leftrightarrow k = 1 + \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}}.$$

Phương trình CD được viết lại là $\frac{x}{-a} + \frac{y}{\sqrt{25-a^2}} - 1 - \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}} = 0$

Điều kiện để ô tô đi qua được là M và O nằm khác phía đối với đường thẳng CD .

Suy ra

$$\left(\frac{2,6}{a} + \frac{m}{\sqrt{25-a^2}} - 1 - \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}}\right) \left(-1 - \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}}\right) \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2,6}{a} + \frac{m}{\sqrt{25-a^2}} - 1 - \frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m \geq \sqrt{25-a^2} + \frac{9,5}{a} - \frac{2,6\sqrt{25-a^2}}{a} \quad (\text{đúng với mọi } a \in (0; 5]).$$

Xét hàm số $f(a) = \sqrt{25-a^2} + \frac{9,5}{a} - \frac{2,6\sqrt{25-a^2}}{a}$ trên nửa khoảng $(0; 5]$.

Ta có $f'(a) = \frac{65 - 9,5\sqrt{25 - a^2} - a^3}{a^2\sqrt{25 - a^2}} \Rightarrow f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = 3 \in (0; 5)$.

Bảng biến thiên

a	0		3		5
$f'(a)$			+	0	-
$f(a)$		$-\infty$		$\frac{37}{10}$	
					$\frac{19}{10}$

Do đó, $m \geq f(a), \forall a \in (0; 5] \Leftrightarrow m \geq \frac{37}{10} = 3,7$.

Vậy 3,7 là giá trị cần tìm.

GÓC 2

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

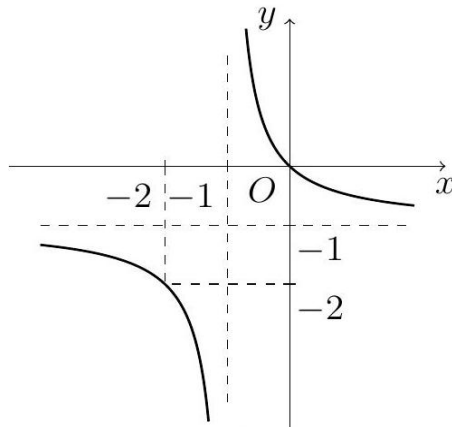
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 2	↘ -2	↗ $+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-2; 1)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 2. Đường cong ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào sau đây?

- A. $y = \frac{x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{-x+1}{x+1}$. C. $y = \frac{x-1}{x+1}$. D. $y = \frac{-x}{x+1}$.



Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(3; -1; 2)$. Tọa độ của vectơ \overrightarrow{BA} là

- A. $(2; -2; 4)$. B. $(2; 0; 0)$. C. $(1; -1; 2)$. D. $(-2; 2; -4)$.

Câu 4. Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật.

- A. 30. B. 20. C. 10. D. 11.

Câu 10: Phương trình $\log_3(2x+1) = 2$ có nghiệm là

- A. $x = 4$. B. $x = 5$. C. $x = \frac{9}{2}$. D. $x = \frac{7}{2}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 4x + 2y - 2z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (4; 2; 2)$. B. $\vec{n}_2 = (-4; 2; 2)$. C. $\vec{n}_3 = (2; 1; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (2; 1; -1)$.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = -1$. B. $x = -1$. C. $y = 2$. D. $x = 2$.

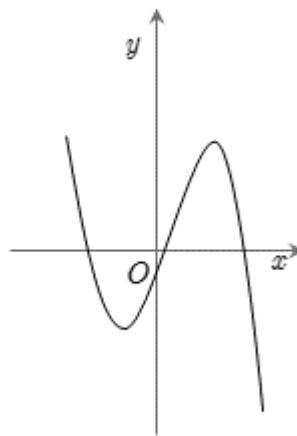
Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $(0,21)^x < 1$ là

- A. $(-\infty; 0]$. B. $[0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 8. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 9 + 2x$

- A. $F(x) = 9x + x^2 + C$. B. $F(x) = 9x + 2x^2 + C$.
 C. $F(x) = 9 + x^2 + C$. D. $F(x) = x^2 + C$.

Câu 9. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số này là



- A. 3 B. 2 C. 0 D. 1

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 6$ và $u_2 = -12$. Công bội q của cấp số nhân đã cho là

- A. $q = -\frac{1}{2}$. B. $q = -2$. C. $q = -18$. D. $q = -6$.

Câu 11. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được mẫu số liệu sau

Khoảng điểm	$[6, 5; 7)$	$[7; 7, 5)$	$[7, 5; 8)$	$[8; 8, 5)$	$[8, 5; 9)$	$[9; 9, 5)$	$[9, 5; 10)$
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Phương sai của mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của các học sinh đó là

- A. 0,616. B. 0,785. C. 0,78. D. 0,609.

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$. B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.
 C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$. D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 4 \sin x \cos x + 2x$.

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 4 \sin 2x + 2$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị thuộc $[-\pi; \pi]$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; -1)$.
- d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$.

Câu 2. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn $200m$, tốc độ của ô tô là 36 km/h . Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc, sau 24s đó ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong thời gian còn lại trên cao tốc.

- a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là $180m$.
- b) Vận tốc của ô tô tại thời điểm nhập làn là 72 km/h .
- c) Quãng đường mà ô tô đi được trong thời gian 30 giây kể từ khi ô tô cách điểm nhập làn $200m$ là $620m$.
- d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong vòng 5s thì phát hiện chướng ngại vật cách đó $300m$, người điều khiển lập tức đạp phanh và ô tô chuyển động chậm dần đều với $a(t) = -3(m/s^2)$. Khi đó ô tô dừng lại cách chướng ngại vật $10m$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$.

- a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên.
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 0]$ là 1.
- d) Có đúng 5 giá trị nguyên của m để phương trình $f(x) = m$ vô nghiệm.

Câu 4. Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất cách mặt đất $5m$, cách điểm xuất phát $3m$ về phía Nam và $2m$ về phía Đông. Chiếc flycam thứ hai cách mặt đất $5m$, cách điểm xuất phát $6m$ về phía Bắc và $6m$ về phía Tây. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất có trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo mét.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tọa độ của chiếc flycam thứ nhất là $A(3; 2; 5)$. Tọa độ của chiếc flycam thứ hai là $B(-6; -6; 5)$.
- b) Điểm đối xứng của A qua mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $A'(3; 2; -5)$.
- c) Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho M, A', B thẳng hàng là $M(-9; -8; 10)$.
- d) Trên mặt đất, người ta xác định một vị trí sao cho tổng khoảng cách từ đó đến hai chiếc flycam ngắn nhất. Khoảng cách từ điểm xuất phát đến vị trí đó là $7\sqrt{5}$.

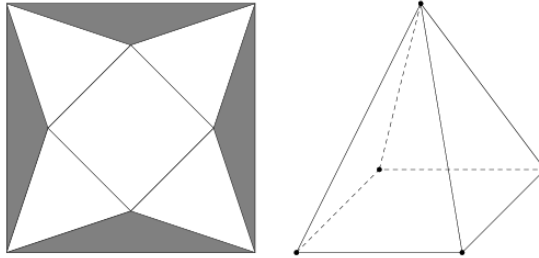
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Các cạnh bên và các cạnh đáy đều bằng $2a$. Gọi M là trung điểm SA . Tính số đo góc nhị diện $[M; BD; C]$ (tính theo đơn vị độ, làm tròn đến hàng đơn vị).

A. 135

Câu 2: Một tấm bạt hình vuông cạnh 20 m như hình vẽ dưới đây. Người ta dự tính cắt phần tô đậm của tấm bạt rồi gập và may lại (các đường may không đáng kể), nhằm mục đích phủ lên tháp đèn trang trí (tháp dạng hình chóp tứ giác đều) để tránh hư hại tháp khi trời mưa.

Biết khối chóp hình thành sau khi gập và may lại cần thể tích lớn nhất thì mới phủ kín tháp đèn. Hỏi phần diện tích tấm bạt bị cắt là bao nhiêu để đảm bảo yêu cầu trên.



A. 80

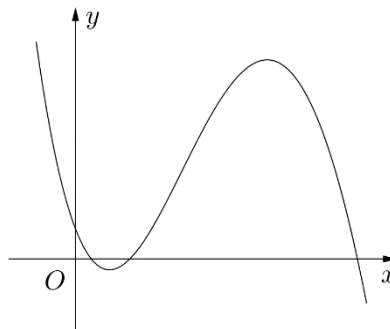
Câu 3: Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 3000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức:

$$N(t) = 3000 + \frac{100t}{100+t^2} \text{ (con)}, \text{ trong đó } t \text{ là thời gian tính bằng giây. Tính số lượng vi khuẩn lớn}$$

nhất kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng.

A. 3005

Câu 4: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



A. 2

Câu 5: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Hỏi lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày?

A. 1200

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômet, mặt đất trùng với mặt phẳng (Oxy)), có khu du lịch O ở vị trí gốc tọa độ. Một công ty cần xây dựng một trạm dừng nghỉ M có tọa độ là $M(x; y; 0)$ cách khu du lịch O một khoảng 6km . Công ty dự kiến xây dựng đường hai làn từ bến xe A đến trạm M và đường bốn làn từ bến xe B đến trạm M , chi phí làm đường hai làn là 10 tỉ đồng/1km và đường bốn làn là 20 tỉ đồng/1km. Công ty đã

xác định vị trí trạm dừng nghỉ M để tổng chi phí xây dựng cả hai con đường là nhỏ nhất, khi đó tổng chi phí xây dựng nhỏ nhất là bao nhiêu tỉ đồng, biết tọa độ của hai bến xe là $A(12; 0; 0)$, $B(8; 12; 0)$ và các con đường là những đường thẳng.
A. 260.

----- HẾT -----

LỜI GIẢI

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

1.B	2.D	3.A	4.C	5.C	6.C
7.A	8.D	9.B	10.B	11.D	12.A

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 2)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-2; 1)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Phương pháp:

Hàm số nghịch biến khi $f'(x) < 0$

Cách giải:

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Chọn B.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(3; -1; 2)$. Tọa độ của vectơ \overline{BA} là

A. $(2; -2; 4)$.

B. $(2; 0; 0)$.

C. $(1; -1; 2)$.

D. $(-2; 2; -4)$.

Phương pháp:

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A)$$

Cách giải:

$$\overrightarrow{BA}(1-3; 1-(-1); -2-2) = (-2, 2, -4)$$

Chọn D.**Câu 3.** Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{e^x - x}, y = 0, x = 1, x = 2$ xung quanh trục Ox là:

A. $\pi(e^2 - e - \frac{3}{2})$.

B. $e^2 - e - \frac{5}{2}$.

C. $\pi(e^2 - e - \frac{5}{2})$.

D. $e^2 - e - \frac{3}{2}$.

Phương pháp:Áp dụng công thức $V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$ **Cách giải:**

Ta có thể tích cần tính là

$$V = \pi \int_1^2 \left| (\sqrt{e^x - x})^2 \right| dx = \pi \int_1^2 (e^x - x) dx = \pi \left(e^x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^2 = \pi \left((e^2 - 2) - \left(e - \frac{1}{2} \right) \right) = \pi \left(e^2 - e - \frac{3}{2} \right)$$

Chọn A.**Câu 4.** Với mọi số thực dương a , $\log_3(27a) - \log_3 a$ bằng

A. $\log_3(26a)$.

B. 9.

C. 3.

D. $3 - 2\log_3 a$.

Phương pháp:

Áp dụng công thức logarit

Cách giải:

$$\log_3(27a) - \log_3 a = \log_3 27 + \log_3 a - \log_3 a = 3$$

Chọn C.**Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{4} = \frac{-y}{2} = \frac{z+2}{-6}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_2 = (2; -1; 3)$. B. $\vec{u}_1 = (4; 2; -6)$. **C. $\vec{u}_3 = (-2; 1; 3)$.** D. $\vec{u}_4 = (1; 0; 2)$.

Cách giải:

$d: \frac{x-1}{4} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{-6}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}(4, -2, -6)$ hoặc $\vec{u}(-2, 1, 3)$

Chọn C.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = -1$. B. $x = -1$. **C. $y = 2$.** D. $x = 2$.

Phương pháp:

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ là $y = \frac{a}{c}$

Cách giải:

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình $y = 2$

Chọn C.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính $R = 5$. Phương trình của (S) là

A. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$. B. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$.
C. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$. D. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 5$.

Phương pháp:

Phương trình mặt cầu tâm $I(a, b, c)$, bán kính R có dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

Cách giải:

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính $R = 5$ có dạng $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$

Chọn A.

Câu 8. Công thức tính thể tích của một khối trụ có bán kính đáy là R và chiều cao h là

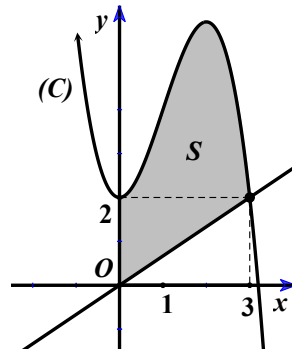
A. $V = 2\pi R^2 h$. B. $V = \frac{4}{3}\pi R^2 h$. C. $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$. **D. $V = \pi R^2 h$.**

Cách giải:

Công thức tính thể tích khối trụ $V = \pi R^2 h$

Chọn D.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Tính diện tích S của hình phẳng được tô đen như trong hình.



A. $S = 10$.

B. $S = \frac{39}{4}$.

C. $S = \frac{41}{4}$.

D. $S = 13$.

Phương pháp:

Viết phương trình đường thẳng từ đồ thị

Công thức tính tích phân tính diện tích $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

Cách giải:

Phương trình đường thẳng qua $O(0,0)$, $A(3,2)$ có phương trình $y = \frac{2}{3}x$

$$S = \int_0^3 \left| (-x^3 + 3x^2 + 2) - \frac{2}{3}x \right| dx = \frac{39}{4}$$

Chọn B.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 6$ và $u_2 = -12$. Công bội q của cấp số nhân đã cho là

A. $q = -\frac{1}{2}$.

B. $q = -2$.

C. $q = -18$.

D. $q = -6$.

Phương pháp:

Cấp số nhân có dạng $u_{n+1} = u_1 \cdot q^n$

Cách giải:

Công bội q của cấp số nhân đã cho là $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-12}{6} = -2$

Chọn B.

Câu 11. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được mẫu số liệu sau

Khoảng điểm	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)	[9;9,5)	[9,5;10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Phương sai của mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của các học sinh đó là

A. 0,616 .

B. 0,785 .

C. 0,78 .

D. 0,609 .

Phương pháp:

- Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu là s^2 , được tính bởi công thức:

$$s^2 = \frac{1}{n} \left[n_1 (c_1 - \bar{x})^2 + n_2 (c_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k (c_k - \bar{x})^2 \right]$$

Trong đó: $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ là cỡ mẫu; $\bar{x} = \frac{1}{n} (n_1 c_1 + n_2 c_2 + \dots + n_k c_k)$ là số trung bình.

Cách giải:

Khoảng điểm	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)	[9;9,5)	[9,5;10)
Giá trị đại diện	6,75	7,25	7,75	8,25	8,75	9,25	9,75
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

$$n = 8 + 10 + 16 + 24 + 13 + 7 + 4 = 82$$

$$\bar{x} = \frac{6,75 \cdot 8 + 7,25 \cdot 10 + 7,75 \cdot 16 + 8,25 \cdot 24 + 8,75 \cdot 13 + 9,25 \cdot 7 + 9,75 \cdot 4}{82} = \frac{333}{41}$$

$$S^2 = \frac{1}{82} \left[8 \left(\frac{333}{41} - 6,75 \right)^2 + 10 \left(\frac{333}{41} - 7,25 \right)^2 + 16 \left(\frac{333}{41} - 7,75 \right)^2 + 24 \left(\frac{333}{41} - 8,25 \right)^2 + 13 \left(\frac{333}{41} - 8,75 \right)^2 + 7 \left(\frac{333}{41} - 9,25 \right)^2 + 4 \left(\frac{333}{41} - 9,75 \right)^2 \right] \approx 0,609$$

Chọn D.

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$.

B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.

C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$.

D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

Cách giải:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MP} &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} \\ &= \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{DC} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2}\overline{BA} + \overline{AD} + \frac{1}{2}(\overline{AC} - \overline{AD}) \\
&= \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{d} + \frac{1}{2}(\vec{c} - \vec{d}) \\
&= \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c} + \vec{d})
\end{aligned}$$

Chọn A.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	SĐĐĐ	ĐSSĐ	SĐĐĐ	ĐSSĐ

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 4 \sin x \cos x + 2x$.

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 4 \sin 2x + 2$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị thuộc $[-\pi; \pi]$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; -1)$.
- d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$.

Cách giải:

a) Sai.

$$f(x) = 4 \sin x \cos x + 2x = 2 \sin 2x + 2x$$

$$\Rightarrow f'(x) = 4 \cos 2x + 2$$

b) Đúng

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4 \cos 2x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$$

Trên $[-\pi; \pi]$ thì $f'(x) = 0$ có 4 nghiệm $x \in \left\{\frac{\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$

Vậy hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị thuộc $[-\pi; \pi]$.

c) Sai

Ta có $x = -\frac{\pi}{3}$ là cực trị của hàm số nên $f'(x)$ đổi dấu khi qua $x = -\frac{\pi}{3}$.

Mà $x = -\frac{\pi}{3} \in (-2, 1)$ nên hàm số không thể đơn điệu đồng biến trên $(-2; -1)$.

d) Đúng

$$\text{Ta có } f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\pi; f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} + \frac{2\pi}{3}$$

Nên giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$.

Câu 2. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn $200m$, tốc độ của ô tô là 36 km/h . Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc, sau 24s đó ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong thời gian còn lại trên cao tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là $180m$.

b) Vận tốc của ô tô tại thời điểm nhập làn là 72 km/h .

c) Quãng đường mà ô tô đi được trong thời gian 30 giây kể từ khi ô tô cách điểm nhập làn $200m$ là $620m$.

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong vòng 5s thì phát hiện chướng ngại vật cách đó $300m$, người điều khiển lập tức đạp phanh và ô tô chuyển động chậm dần đều với $a(t) = -3(m/s^2)$. Khi đó ô tô dừng lại cách chướng ngại vật $10m$

Cách giải:

a) Đúng.

$$36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$$

Với $t \in (0, 2)$ thì xe di chuyển với vận tốc 10 m/s nên quãng đường ô tô đi trong 2 giây đầu là

$$2 \cdot 10 = 20 \text{ m}$$

Quãng đường ô tô từ khi bắt đầu tăng tốc cho đến khi nhập làn là $200 - 20 = 180$.

b) Đúng

Do ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc nên ta có:

$$\text{Ta có } v(t) = at + b \text{ với } t \in (2, 26), v(2) = 10$$

$$\Rightarrow 2a + b = 10 \Rightarrow b = 10 - 2a$$

$$\Rightarrow v(t) = at + 10 - 2a$$

$$\text{Ta có } \int_2^{14} (at + 10 - 2a) dt = 180$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{at^2}{2} + (10 - 2a)t \right]_2^{14} = 180$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{a \cdot 14^2}{2} + (10 - 2a) \cdot 14 \right] - \left[\frac{a \cdot 2^2}{2} + (10 - 2a) \cdot 2 \right] = 180$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{5}{6} \Rightarrow v(t) = \frac{5}{6}t + \frac{25}{3}$$

Tại thời điểm nhập làn tức là $t = 14 \text{ s} \Rightarrow v(12) = 20 \text{ m/s} = 72 \text{ km/h}$

c) Đúng

Trong 26 giây đầu vận tốc lớn nhất của ô tô là $v(26) = \frac{5}{6} \cdot 26 + \frac{25}{3} = 30 \text{ m/s}$

Vận tốc ô tô di chuyển được thể hiện qua hàm số sau:

$$v(t) = \begin{cases} 10 & \text{khi } 0 \leq t \leq 2 \\ \frac{5}{6}t + \frac{25}{3} & \text{khi } 2 < t \leq 26 \\ 30 & \text{khi } 26 < t \leq 50 \end{cases}$$

Quãng đường mà ô tô đi được trong thời gian 30 giây kể từ khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m là:

$$S = 20 + \int_2^{26} \left(\frac{5}{6}t + \frac{25}{3} \right) dt + \int_{26}^{30} 30 dt = 620 \text{ m}$$

d) Sai.

Ta có $a(t) = -3 \Rightarrow v(t) = \int (-3) dt = -3t + c$

Theo đề bài ô tô bắt đầu đạp phanh từ giây thứ $2 + 24 + 5 = 31$ với vận tốc lớn nhất tức là $v = 30 \text{ m/s}$ nên $-3 \cdot 31 + c = 30 \Rightarrow c = 123$

$$v(t) = 0 \Leftrightarrow -3t + 123 = 0 \Leftrightarrow t = 41$$

Quãng đường ô tô đi được kể từ khi đạp phanh là $S = \int_{31}^{41} (-3t + 123) dt = 150$

Khi đó ô tô dừng lại cách chúng ngoại vật là $300 - 150 = 150 \text{ m}$

Câu 3.

Cho hàm số $y = f(x) = e^{x + \sqrt{16 - x^2}}$.

a) $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

b) $f(-4) = \frac{1}{e^4}$.

c) $f'(x) = \left(1 - \frac{x}{\sqrt{16 - x^2}} \right) e^{x + \sqrt{16 - x^2}}, \forall x \in [-4; 4]$.

d) Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ là $e^{a+b\sqrt{c}}$ (với $a, b, c \in \mathbb{Z}$ và c là số nguyên tố). Khi đó $a + 2b + 3c = 10$.

Giải:

Lời giải

a) Sai.

Ta có $f'(x) = e^{x + \sqrt{16 - x^2}} \cdot (x + \sqrt{16 - x^2})' = e^{x + \sqrt{16 - x^2}} \cdot \left(1 - \frac{x}{\sqrt{16 - x^2}} \right), \forall x \in (-4; 4)$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow e^{x+\sqrt{16-x^2}} \cdot \left(1 - \frac{x}{\sqrt{16-x^2}}\right) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{x}{\sqrt{16-x^2}} \Leftrightarrow \sqrt{16-x^2} = x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 16-x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}.$$

Vậy phương trình $f'(x) = 0$ chỉ có một nghiệm.

b) Đúng.

Ta có $f(-4) = e^{-4} = \frac{1}{e^4}$.

c) Sai.

Ta có $f'(x) = e^{x+\sqrt{16-x^2}} \cdot \left(1 - \frac{x}{\sqrt{16-x^2}}\right), \forall x \in (-4; 4)$.

d) Đúng

Hàm số $y = f(x) = e^{x+\sqrt{16-x^2}}$ có tập xác định $D = [-4; 4]$ và

$$f'(x) = e^{x+\sqrt{16-x^2}} \cdot \left(1 - \frac{x}{\sqrt{16-x^2}}\right), \forall x \in (-4; 4).$$

Phương trình $f'(x) = 0$ chỉ có một nghiệm $x = 2\sqrt{2} \in (-4; 4)$.

Ta có $f(-4) = e^{-4}$, $f(4) = e^4$, $f(2\sqrt{2}) = e^{2\sqrt{2}+\sqrt{8}} = e^{4\sqrt{2}}$.

So sánh 3 giá trị này ta có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ lần lượt là $e^{4\sqrt{2}}$ và e^{-4} .

Do đó tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ là $e^{-4+4\sqrt{2}}$.

Kết hợp giả thiết ta suy ra $a = -4, b = 4, c = 2$ nên $a + 2b + 3c = 10$.

Câu 4: Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất cách mặt đất 5 m, cách điểm xuất phát 3 m về phía Nam và 2 m về phía Đông. Chiếc flycam thứ hai cách mặt đất 5 m, cách điểm xuất phát 6 m về phía Bắc và 6 m về phía Tây. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất có trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo mét.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

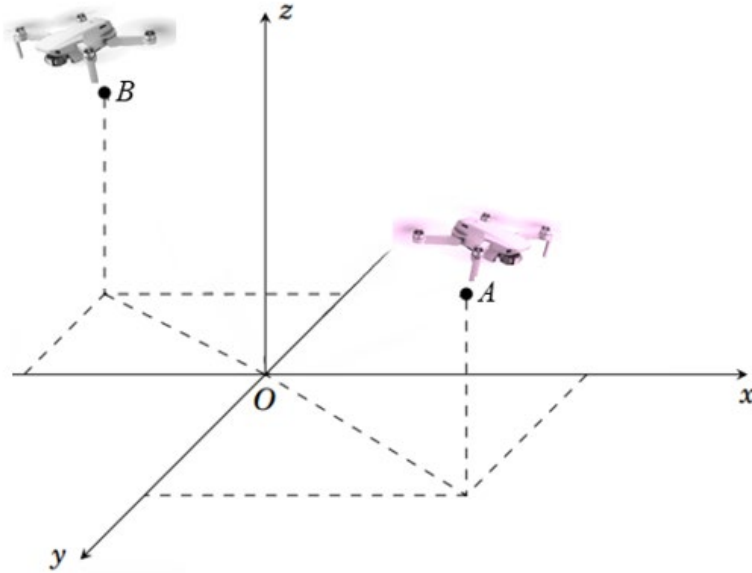
a) [NB] Tọa độ của chiếc flycam thứ nhất là $A(3; 2; 5)$. Tọa độ của chiếc flycam thứ hai là $B(-6; -6; 5)$

b) [TH] Điểm đối xứng của A qua mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $A'(3; 2; -5)$

c) [TH] Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho M, A', B thẳng hàng là $M(-9; -8; 10)$

d) [VD] Trên mặt đất, người ta xác định một vị trí sao cho tổng khoảng cách từ đó đến hai chiếc flycam ngắn nhất. Khoảng cách từ điểm xuất phát đến vị trí đó là $7\sqrt{5}$

Lời giải



a) Đúng

Theo giả thiết, $A(3; 2; 5)$ và $B(-6; -6; 5)$

b) Đúng

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua mặt phẳng tọa độ (Oxy) , suy ra $A'(3; 2; -5)$

c) Sai

Trên mp (Oxy) , Xét $M(a; b; 0)$.

$$\overline{BM} = (a+6; b+6; -5), \overline{BA'} = (9; 8; -10).$$

M, A', B thẳng hàng suy ra $\overline{BM}, \overline{BA'}$ cùng phương, tức là $\overline{BM} = k \overline{BA'} (k \in \mathbb{R})$.

$$\text{Khi đó ta có hệ phương trình sau: } \begin{cases} a+6=9k \\ b+6=8k \\ -5=-10k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{3}{2} \\ b=-2 \\ k=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{3}{2}; -2; 0\right)$$

d) Sai

Gọi I là điểm cần tìm

$IA+IB$ ngắn nhất $\Leftrightarrow IA'+IB$ ngắn nhất $\Leftrightarrow I, A', B$ thẳng hàng (Vì A', B trái phía so với mặt phẳng (Oxy)) $\Leftrightarrow I \equiv M$

$$\text{Vậy khoảng cách cần tìm là } OM = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + (-2)^2 + 0^2} = 2,5.$$

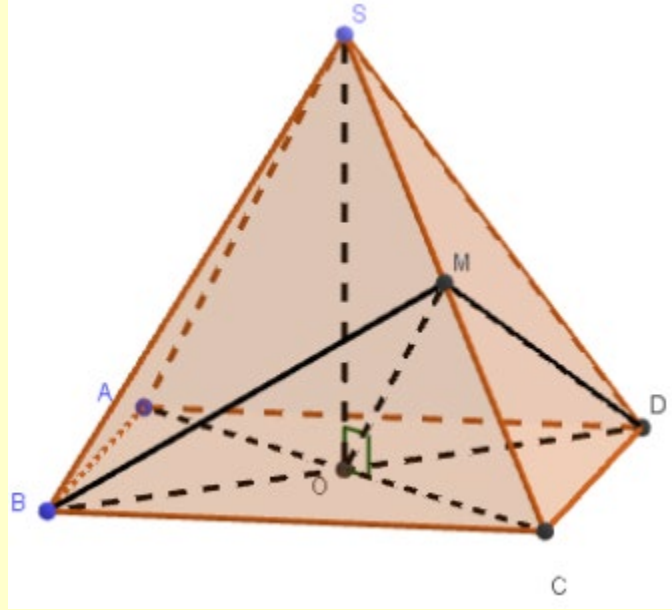
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	4	2919	10	66	150	8005

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Các cạnh bên và các cạnh đáy đều bằng a . Gọi M là trung điểm SC . Tính số đo góc nhị diện $[A;BD;M]$ (tính theo đơn vị độ, làm tròn đến hàng đơn vị).

A. 135

Giải chi tiết:



Ta có: $\triangle SBC = \triangle SDC$ (đều cạnh a), BM, DM là hai đường trung tuyến ứng với cạnh SC . Do đó: $BM = DM$.

Suy ra: $\triangle BMD$ cân tại M .

Mà O là trung điểm BD nên $MO \perp BD$ tại O .

Ta cũng có: $AC \perp BD$ tại O .

Do đó: góc giữa hai mặt phẳng (BMD) và $(ABCD) =$ góc giữa OM và $OC = \widehat{MOC}$.

Ta lại có: $SO \perp (ABCD)$ nên $\triangle SOC$ vuông tại O .

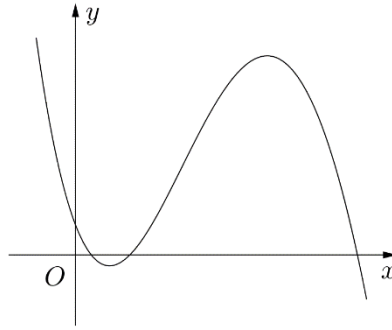
$$\text{Mặt khác: } OC = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}; SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Do đó, tam giác $\triangle SOC$ vuông cân tại O .

Nên đường trung tuyến OM cũng là đường phân giác.

$$\text{Do đó: } \widehat{MOC} = 45^\circ.$$

Câu 4: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a < 0$.

Gọi x_1, x_2 là hoành độ hai điểm cực trị của hàm số suy ra x_1, x_2 nghiệm phương trình $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ nên theo định lý Viet:

$$+) \text{ Tổng hai nghiệm } x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0 \Rightarrow b > 0.$$

$$+) \text{ Tích hai nghiệm } x_1 x_2 = \frac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c < 0.$$

Lại có đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Vậy có 2 số dương trong các số a, b, c, d .

- Câu 3.** Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 400$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng). Trong đó chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \frac{100000x}{\frac{3}{2}x + 1}$ (đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu là $H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng) nhưng do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Cách giải:

Theo đề bài ta có hàm doanh thu $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$

Chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \frac{100000x}{\frac{3}{2}x + 1}$

TH1: Nếu số sản phẩm $1 \leq x \leq 200$ thì chi phí mua nguyên vật liệu là:

$$0,99.H(x) = 0,99(2x^3 + 100000x - 50000)$$

Khi đó lợi nhuận là

$$P_1(x) = F(x) - xG(x) - 0,99H(x)$$

$$= x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - x \cdot \frac{100000x}{\frac{3}{2}x+1} - 0,99(2x^3 + 100000x - 50000)$$

Sử dụng shift solve (casio)

$$\Rightarrow P_1'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 259 \Rightarrow P_{\max} = P(200) \approx 95371263$$

TH2: Nếu số sản phẩm $201 \leq x \leq 400$ thì chi phí mua nguyên vật liệu là:

$$0,99.H(x) = 0,99H(200) + 0,98H(x-200)$$

Khi đó lợi nhuận là

$$P_2(x) = F(x) - xG(x) - 0,99H(200) - 0,98H(x-200)$$

$$= x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - x \cdot \frac{100000x}{\frac{3}{2}x+1} - 35590500 - (2(x-200)^3 + 100000(x-200) - 50000)$$

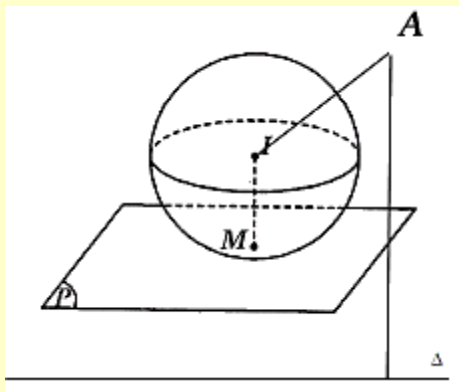
Sử dụng shift solve (casio)

$$\Rightarrow P_2'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 253 \Rightarrow P_{\max} = P_2(253) > P_1(200)$$

Vậy doanh thu lớn nhất khi số sản phẩm là 253.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 38 = 0$ và hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 4 = 0; (\beta): 3y + z - 5 = 0$. Xét (P) là mặt phẳng thay đổi, song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ và tiếp xúc với mặt cầu (S) . Khoảng cách lớn nhất từ điểm $A(5; -5; 6)$ đến mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu. (làm tròn đến hàng phần mười)

Cách giải:



$$\Delta = (\alpha) \cap (\beta) \Rightarrow \vec{u}_\Delta = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta] = (2, -1, 3)$$

$$\text{Do } (P) \parallel \Delta \Rightarrow \vec{n}_P \perp \vec{u}_\Delta$$

Do $d(A, (P))$ lớn nhất và (P) tiếp xúc với (S) tại M nên suy ra M, I, A đồng phẳng

$$\Rightarrow \vec{n}_{(P)} \perp \vec{IA}$$

$$\Rightarrow \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_\Delta, \vec{IA}]$$

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 38 = 0 \text{ có tâm } I(1, 0, -1), R = 2\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \vec{IA}(4, -5, 5)$$

$$\Rightarrow \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_\Delta, \vec{IA}] = (0, 3, 1)$$

$$\Rightarrow (P): 3y + z + d = 0$$

$$\text{Do } d(I, (P)) = R = 2\sqrt{10} \Rightarrow \frac{|3 \cdot 0 + 1 + d|}{\sqrt{10}} = 2\sqrt{10}$$

$$\Leftrightarrow |d + 1| = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 19 \\ d = -21 \end{cases}$$

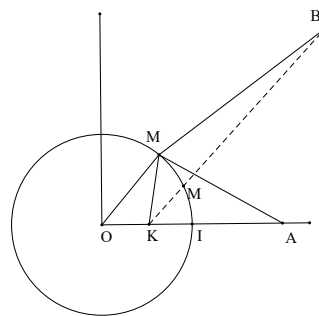
Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, mặt phẳng $mx + y + nz = 0$ (m, n là các số thực) đi qua hai điểm $A(1; 3; 1)$ và $B(4; 5; -1)$. Giá trị $m + n$ bằng bao nhiêu?

Đs: -3

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômet, mặt đất trùng với mặt phẳng (Oxy)), có khu du lịch O ở vị trí gốc tọa độ. Một công ty cần xây dựng một trạm dừng nghỉ M có tọa độ là $M(x; y; 0)$ cách khu du lịch O một khoảng 6km . Công ty dự kiến xây dựng đường hai làn từ bên xe A đến trạm M và đường bốn làn từ bên xe B đến trạm M , chi phí làm đường hai làn là 13 tỉ đồng/ 1km và đường bốn làn là 26 tỉ đồng/ 1km . Công ty đã xác định vị trí trạm dừng nghỉ M để tổng chi phí xây dựng cả hai con đường là nhỏ nhất, khi đó tổng chi phí xây dựng nhỏ nhất là bao nhiêu tỉ đồng, biết tọa độ của hai bên xe là $A(12; 0; 0)$, $B(8; 12; 0)$ và các con đường là những đường thẳng.

Xét trong mặt phẳng (Oxy) .

Do $OM = 6$ nên M thuộc đường tròn tâm O , bán kính $R = 6$.



Gọi I là trung điểm của OA và K là trung điểm của OB .

Ta có $OK = 3$, $OM = 6$, $OA = 12$ nên $\frac{OM}{OA} = \frac{OK}{OM} = \frac{1}{2}$.

Suy ra $\triangle OMK \sim \triangle OAM$ do đó $AM = 2KM$.

Tổng chi phí xây dựng con đường là

$$T = 13(AM + 2BM) = 26(KM + MB) \geq 26KB \text{ (tỉ đồng)}.$$

Dấu bằng xảy ra khi K, M, B thẳng hàng.

Ta có $B(8; 12; 0)$, $K(3; 0; 0) \Rightarrow KB = 13$.

Do đó $T \geq 338$ tỉ đồng.

Vậy chi phí xây dựng nhỏ nhất là 338 tỉ đồng, vị trí trạm cần xây dựng M là giao điểm của KB với đường tròn tâm O .

----- HẾT -----
BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	D	A	C	C	C	A	D	B	B	D	A

PHẦN II.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	S-D-S-D	Đ-Đ-Đ-S	Đ-S-S-Đ	Đ-Đ-S-Đ

PHẦN III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	0,67	26	2,31	253	9,5	260

Đề/câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c
000	A	A	C	A	C	C	D	B	D	D	B	C	S	D	S	D	D	D	S
101	D	A	A	A	D	A	D	D	C	A	D	D	S	D	S	D	S	S	D
103	A	B	B	D	B	B	D	A	D	A	C	A	S	D	S	D	D	D	S
105	B	B	C	B	D	C	A	A	C	C	A	C	S	D	S	D	S	D	S
107	C	D	D	C	B	A	A	D	A	A	B	C	D	D	S	D	S	D	S
109	D	B	A	C	A	B	A	A	A	A	D	A	S	D	S	D	D	D	S
111	A	B	B	C	C	B	B	D	B	A	B	D	S	D	S	D	S	S	D

2d	3a	3b	3c	3d	4a	4b	4c	4d	1	2	3	4	5	6
D	S	S	D	D	S	D	S	D	135	41	2005	1	280	3,7
D	S	D	S	D	D	D	S	D	280	2005	1	41	135	3,7
D	S	S	D	D	S	D	S	D	2005	1	135	280	3,7	41
D	S	S	D	D	D	D	S	D	2005	1	41	280	3,7	135
D	S	D	S	D	S	S	D	D	280	2005	41	135	1	3,7
D	S	D	S	D	S	S	D	D	1	280	2005	3,7	135	41
D	S	D	S	D	D	D	S	D	135	1	3,7	2005	280	41

Đề/câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c
000	B	B	D	D	A	A	C	D	A	B	B	D	S	D	D	D	D	S	S
102	D	C	A	D	A	A	B	B	A	C	D	D	S	D	D	D	D	S	S
104	A	C	C	D	A	B	A	C	B	D	C	A	D	D	S	S	D	S	S
106	D	B	D	C	D	C	A	D	A	D	B	C	S	D	D	D	D	D	S
108	A	A	A	B	C	C	C	C	C	D	A	B	D	S	S	D	S	D	D
110	B	B	A	D	B	C	A	D	D	A	B	A	D	D	S	S	S	D	D
112	C	B	C	A	B	B	C	D	A	D	A	D	D	D	S	S	S	D	D

2d	3a	3b	3c	3d	4a	4b	4c	4d	1	2	3	4	5	6
D	S	D	D	S	D	D	S	S	135	80	3005	2	1200	338
D	D	D	S	S	S	D	D	S	3005	80	338	1200	135	2
D	S	D	D	D	S	D	D	S	80	2	1200	3005	338	135
S	D	S	S	D	S	D	D	S	338	3005	135	1200	2	80
S	D	D	S	S	S	D	D	D	3005	135	1200	2	80	338
S	D	S	S	D	S	D	D	D	80	2	1200	3005	338	135
S	D	S	S	D	S	D	D	D	338	3005	1200	135	80	2