

**MA TRẬN KSCL LẦN 2 MÔN TOÁN - LỚP 11**

TT	Học vấn môn học  Chủ đề/Nội dung	Cấp độ đánh giá								
		Dạng thức 1			Dạng thức 2			Dạng thức 3		
		Cấp độ tư duy			Cấp độ tư duy			Cấp độ tư duy		
		Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD
<b>LỚP 10</b>										
1	Hàm số	1								1
2	Vec tơ - Tọa độ phẳng	1			3	1				
3	Tổ hợp - Xác suất	1							1	
	<b>Cộng lớp 10</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>LỚP 11</b>										
4	Hàm số lượng giác và pt lượng giác	1			2	2				1
5	Dãy số, CSC, CSN	1								
6	Cá số đặc trưng, đo xu thế trung tâm	1								
7	Quan hệ song song trong không gian	1	1						1	
8	Giới hạn - Hàm số liên tục	1	1		2	1	1			1
9	Hàm số mũ và hàm số lôgarit	2			2	1	1			1
	<b>Cộng lớp 11</b>	<b>7</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>3</b>
<b>TỔNG 10+11</b>		<b>10</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>9</b>	<b>5</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>4</b>
<b>Tổng lệnh hỏi ở các dạng thức</b>		<b>12</b>			<b>16</b>			<b>6</b>		
<b>Tổng lệnh hỏi cả đề thi</b>		<b>34</b>								

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của  $d : x - 2y + 2025 = 0$  ?

- A.  $(1; -2)$ .                      B.  $(2; 1)$ .                      C.  $(-2; 0)$ .                      D.  $(0; -2)$ .

**Câu 2.** Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x = 1$  ?

- A.  $m = 1$ .                      B.  $m = -1$ .                      C.  $m = 4$ .                      D.  $m = -4$ .

**Câu 3.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và  $u_2 = 12$ . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 4.                      B. -9.                      C. 9.                      D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 4.** Tập nghiệm S của bất phương trình  $\log_3(x - 3) - \log_3 2 \leq 0$  là

- A.  $[5; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; 5]$ .                      C.  $[3; 5]$ .                      D.  $S = (3; 5]$ .

**Câu 5.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ ,  $M$  là trung điểm  $SA$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $OM // (SCD)$ .                      B.  $OM // (SBD)$ .  
C.  $OM // (SAD)$ .                      D.  $OM // (SAB)$ .

**Câu 6.** Hàm số  $y = 2x^2 - 4x + 1$  đồng biến trên khoảng nào?

- A.  $(-\infty; -1)$ .                      B.  $(-1; +\infty)$ .                      C.  $(1; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; 1)$ .

**Câu 7.** Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

- A.  $[40; 60)$ .                      B.  $[60; 80)$ .                      C.  $[20; 40)$ .                      D.  $[80; 100)$ .

**Câu 8.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_5 x$  là

- A.  $(0; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; 0)$ .                      C.  $[0; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; +\infty)$ .

**Câu 9.** Trong không gian, cho đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$ . Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(P)$ .

- A. 1.                      B. 4.                      C. 3.                      D. 2.

**Câu 10.** Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số lẻ.  
C. Hàm số  $y = \tan x$  là hàm số lẻ.

- B. Hàm số  $y = \sin x$  là hàm số lẻ.  
D. Hàm số  $y = \cot x$  là hàm số lẻ.

**Câu 11.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5n+3}$  bằng

- A.  $\frac{1}{5}$ .                      B. 0.                      C.  $\frac{1}{3}$ .                      D.  $+\infty$ .

**Câu 12.** Gieo một con súc sắc. Xác suất để mặt 6 chấm xuất hiện.

- A.  $\frac{1}{3}$                       B.  $\frac{1}{6}$ .                      C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{5}{6}$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường tròn  $(C): (x+2)^2 + (y+3)^2 = 25$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đường tròn  $(C)$  có tâm  $I(-2; -3)$   
b) Đường tròn  $(C)$  có bán kính  $R = 5$ .  
c) Phương trình tiếp tuyến  $\Delta$  của đường tròn  $(C)$  tại điểm  $N(1;1)$  là:  $x + y - 2 = 0$ .  
d) Điểm  $M(1,2)$  nằm trong đường tròn

**Câu 2.** Cho phương trình lượng giác  $2 \sin x - \sqrt{2} = 0$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Phương trình có nghiệm lớn nhất trong khoảng  $(0; \pi)$  bằng  $\frac{3\pi}{4}$ .  
b) Phương trình tương đương với phương trình  $\sin x = \sin \frac{\pi}{4}$ .  
c) Phương trình có nghiệm là  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .  
d) Số nghiệm của phương trình trong khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  là hai nghiệm.

**Câu 3.** Biết rằng hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 5x + 6}{x + 2} & \text{khi } x > -2 \\ mx + m + 1 & \text{khi } x \leq -2 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $m$  là một số

thực. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a)  $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = -2m + 1$   
b)  $m = 0$   
c)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$   
d)  $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = -2$

**Câu 4.** Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% mỗi năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là  $r\%$  mỗi năm thì tổng

số tiền  $P$  ban đầu, sau  $n$  năm số tiền đó chỉ còn giá trị là:  $A = P \left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$ . Các mệnh đề sau

đúng hay sai?

**a)** Nếu tỉ lệ lạm phát là 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau một năm sẽ còn lại 92000000 đồng.

**b)** Nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là 7% một năm thì sau 15 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa.

**c)** Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau ba năm chỉ còn lại 75 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm đó là 9,14% (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**d)** Nếu tỉ lệ lạm phát là 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 86460000 đồng.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Lưu ý: Kết quả là một số có tối đa 4 ký tự, bao gồm cả dấu trừ (-) và dấu phẩy (,).**

**Câu 1.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = 6$ ,  $CD = 8$ . Cắt tứ diện bởi một mặt phẳng song song với  $AB$ ,  $CD$  để thiết diện thu được là một hình thoi. Tính cạnh của hình thoi đó. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

**Câu 2.** Cho  $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ . Tính giá trị của biểu thức  $A = \frac{3 \sin \alpha + 4 \cos \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$ ? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

**Câu 3.** Một doanh nghiệp tư nhân  $A$  chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe Honda Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

**Câu 4.** Tại một bể bơi có dạng hình tròn có đường kính  $AB = 10$  m, một người xuất phát từ  $A$  bơi thẳng theo dây cung  $AC$  tạo với đường kính  $AB$  một góc  $\alpha \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ , rồi chạy bộ theo cung nhỏ  $CB$  đến điểm  $B$ . Gọi  $S(\alpha)$  là quãng đường người đó đã di chuyển. Tính giới hạn  $\lim_{\alpha \rightarrow 0^+} S(\alpha)$ .

**Câu 5.** Để ước tính dân số người ta sử dụng công thức  $A_N = Ae^{rN}$ , trong đó  $A$  là dân số của năm lấy làm mốc tính,  $A_N$  là dân số sau  $N$  năm,  $r$  là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng dân số Việt Nam ở các năm 2014 và 2024 lần lượt là 85,9 và 96,2 triệu người. Hỏi ở năm nào dân số nước ta sẽ vượt qua ngưỡng 126 triệu người?

**Câu 6.** Một lô hàng có 20 sản phẩm, trong đó 4 phế phẩm. Lấy tùy ý 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Hãy tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

---Hết---

*Thí sinh thực hiện nghiêm túc quy chế thi. CBCT không giải thích gì thêm.*

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Hàm số  $y = x^2 - 4x + 3$  nghịch biến trên khoảng nào?

- A.  $(-2; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; -2)$ .                      C.  $(2; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; 2)$ .

**Câu 2.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và  $u_2 = 15$ . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A.  $-12$ .                                  B.  $\frac{1}{5}$ .                                      C.  $12$ .                                      D.  $5$ .

**Câu 3.** Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số chẵn.                      B. Hàm số  $y = \sin x$  là hàm số chẵn.  
C. Hàm số  $y = \tan x$  là hàm số chẵn.                      D. Hàm số  $y = \cot x$  là hàm số chẵn.

**Câu 4.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+5}$  bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .                                      B.  $0$ .                                      C.  $+\infty$ .                                      D.  $\frac{1}{5}$ .

**Câu 5.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{0,5}(3x) > \log_{0,5} 5$  là

- A.  $\left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$ .                      B.  $\left(0; \frac{5}{3}\right)$ .                              C.  $\left(0; \frac{3}{5}\right)$ .                              D.  $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$ .

**Câu 6.** Trong không gian, cho đường thẳng  $a$  và đường thẳng  $b$ . Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa đường thẳng  $a$  và đường thẳng  $b$ .

- A.  $3$ .                                      B.  $1$ .                                      C.  $2$ .                                      D.  $4$ .

**Câu 7.** Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{khi } x \neq -2 \\ m & \text{khi } x = -2 \end{cases}$  liên tục tại  $x = -2$

- A.  $m = -4$ .                              B.  $m = 2$ .                              C.  $m = 4$ .                              D.  $m = 0$ .

**Câu 8.** Gieo một con súc sắc. Xác suất để mặt 2 chấm xuất hiện.

- A.  $\frac{1}{6}$                                       B.  $\frac{1}{2}$ .                                      C.  $\frac{1}{3}$                                       D.  $\frac{5}{6}$

**Câu 9.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_6 x$  là

- A.  $(0; +\infty)$ .                              B.  $(-\infty; +\infty)$ .                              C.  $[0; +\infty)$ .                              D.  $(-\infty; 0)$ .

**Câu 10.** Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

- A. [20;40).                      B. [60;80).                      C. [40;60).                      D. [80;100).

**Câu 11.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho đường thẳng  $d : 2x - y + 1 = 0$ , một vectơ pháp tuyến của  $d$  là

- A.  $(1; -2)$ .                      B.  $(-2; -1)$ .                      C.  $(2; -1)$ .                      D.  $(-1; -2)$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $SABCD$  có đáy là hình bình hành.  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $SD$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $MN // (SBD)$ .                      B.  $MN // (SAB)$ .  
C.  $MN // (SAC)$ .                      D.  $MN // (SCD)$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường tròn  $(C) : (x+1)^2 + (y+4)^2 = 25$ . Khi đó:

- a) Phương trình tiếp tuyến  $\Delta$  của đường tròn  $(C)$  tại điểm  $N(2;0)$  là:  $3x + 4y - 6 = 0$ .  
b) Điểm  $M(1, -2)$  nằm ngoài đường tròn  
c) Đường tròn  $(C)$  có tâm  $I(1;4)$   
d) Đường tròn  $(C)$  có bán kính  $R = 5$ .

**Câu 2.** Biết rằng hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 3} & \text{khi } x > -3 \\ mx + m + 2 & \text{khi } x \leq -3 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $m$  là một số

thực. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a)  $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x) = -3m + 2$   
b)  $m = 2$   
c)  $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = -2$   
d)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

**Câu 3.** Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% mỗi năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là  $r\%$  mỗi năm thì tổng

số tiền  $P$  ban đầu, sau  $n$  năm số tiền đó chỉ còn giá trị là:  $A = P \left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$ . Các mệnh đề sau

đúng hay sai?

a) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau ba năm chỉ còn lại 80 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm đó là 9,67% (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

b) Nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là 6% một năm thì sau 12 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa.

c) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 86490000 đồng.

d) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau một năm sẽ còn lại 93200000 đồng.

**Câu 4.** Cho phương trình lượng giác  $2 \sin x - 1 = 0$  (\*). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trong khoảng  $(0; \pi)$  phương trình có 3 nghiệm

b) Phương trình (\*) tương đương  $\sin x = \sin \frac{\pi}{6}$

c) Phương trình có nghiệm là  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

d) Trong khoảng  $(0; \pi)$  phương trình có nghiệm lớn nhất bằng  $\frac{5\pi}{6}$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Lưu ý: Kết quả là một số có tối đa 4 ký tự, bao gồm cả dấu trừ (-) và dấu phẩy (,).**

**Câu 1.** Để ước tính dân số người ta sử dụng công thức  $A_N = Ae^{rN}$ , trong đó  $A$  là dân số của năm lấy làm mốc tính,  $A_N$  là dân số sau  $N$  năm,  $r$  là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng dân số Việt Nam ở các năm 2014 và 2024 lần lượt là 85,9 và 96,2 triệu người. Hỏi ở năm nào dân số nước ta sẽ vượt qua ngưỡng 120 triệu người ?

**Câu 2.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = 4$ ,  $CD = 6$ . Cắt tứ diện bởi một mặt phẳng song song với  $AB$ ,  $CD$  để thiết diện thu được là một hình thoi. Tính cạnh của hình thoi đó.

**Câu 3.** Một doanh nghiệp tư nhân chuyên kinh doanh xe máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược kinh doanh xe honda Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 28 triệu đồng và bán ra với giá 32 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 500 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng xe đang ăn khách

này, doanh nghiệp dự định giảm giá và ước tính nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng bán ra trong một năm sẽ tăng 150 chiếc. Vậy doanh nghiệp cần định giá mới là bao nhiêu để khi thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được là cao nhất. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

**Câu 4.** Một lô hàng có 25 sản phẩm, trong đó 4 phế phẩm. Lấy tùy ý 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Hãy tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

**Câu 5.** Tại một bể bơi có dạng hình tròn có đường kính  $AB = 10$  m, một người xuất phát từ  $A$  bơi thẳng theo dây cung  $AC$  tạo với đường kính  $AB$  một góc  $\alpha \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ , rồi chạy bộ theo cung nhỏ  $CB$  đến điểm  $B$ . Gọi  $S(\alpha)$  là quãng đường người đó đã di chuyển. Tính giới hạn  $\lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} S(\alpha)$ . (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

**Câu 6.** Cho  $\cot \alpha = \frac{1}{3}$ . Tính giá trị của biểu thức  $A = \frac{3 \sin \alpha + 4 \cos \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$  ?

---Hết---

*Thí sinh thực hiện nghiêm túc quy chế thi. CBCT không giải thích gì thêm.*

(ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC)

**PHẦN I: ĐÁP ÁN CHUNG ĐỂ CHẤM**

Mã 111		Mã 112		Mã 113		Mã 114	
<b>Phần I: Gồm có 12 câu, số điểm: 0,25đ/câu = 3,0 điểm</b>							
Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	<b>A</b>	1	<b>D</b>	1	<b>D</b>	1	<b>A</b>
2	<b>B</b>	2	<b>D</b>	2	<b>B</b>	2	<b>D</b>
3	<b>A</b>	3	<b>A</b>	3	<b>C</b>	3	<b>A</b>
4	<b>D</b>	4	<b>B</b>	4	<b>C</b>	4	<b>B</b>
5	<b>A</b>	5	<b>B</b>	5	<b>D</b>	5	<b>D</b>
6	<b>C</b>	6	<b>D</b>	6	<b>C</b>	6	<b>D</b>
7	<b>C</b>	7	<b>A</b>	7	<b>C</b>	7	<b>C</b>
8	<b>A</b>	8	<b>A</b>	8	<b>A</b>	8	<b>C</b>
9	<b>C</b>	9	<b>A</b>	9	<b>B</b>	9	<b>C</b>
10	<b>A</b>	10	<b>B</b>	10	<b>B</b>	10	<b>C</b>
11	<b>B</b>	11	<b>C</b>	11	<b>C</b>	11	<b>C</b>
12	<b>B</b>	12	<b>B</b>	12	<b>A</b>	12	<b>B</b>
<b>Phần II: Gồm có 4 câu, số điểm: 1,0 đ/câu = 4,0 điểm (chọn đúng 1 ý được 0,1đ; chọn đúng 2 ý được 0,25đ; chọn đúng 3 ý được 0,5đ; chọn đúng 4 ý được 1,0đ)</b>							
1	<b>ĐDSS</b>	1	<b>DSSD</b>	1	<b>ĐSDS</b>	1	<b>ĐSDS</b>
2	<b>ĐDDĐ</b>	2	<b>SDDĐ</b>	2	<b>SĐSS</b>	2	<b>SSDD</b>
3	<b>SĐSS</b>	3	<b>SSĐS</b>	3	<b>ĐDDĐ</b>	3	<b>ĐDSS</b>
4	<b>ĐSDS</b>	4	<b>SĐSD</b>	4	<b>ĐSSD</b>	4	<b>SSĐS</b>
<b>Phần III: Gồm có 6 câu, số điểm: 0,5 đ/câu = 3,0 điểm.</b>							
1	<b>3,43</b>	1	<b>2044</b>	1	<b>0,66</b>	1	<b>15,7</b>
2	<b>-1,2</b>	2	<b>2,4</b>	2	<b>30,5</b>	2	<b>0,77</b>
3	<b>30,5</b>	3	<b>31,7</b>	3	<b>3,43</b>	3	<b>31,7</b>
4	<b>10</b>	4	<b>0,77</b>	4	<b>10</b>	4	<b>2,4</b>
5	<b>2048</b>	5	<b>15,7</b>	5	<b>2048</b>	5	<b>2044</b>
6	<b>0,66</b>	6	<b>13</b>	6	<b>-1,2</b>	6	<b>13</b>



## PHẦN II: ĐÁP ÁN CHI TIẾT CÁC CÂU VẬN DỤNG MÃ 111

Câu 4. Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% mỗi năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là  $r\%$  mỗi năm thì tổng số tiền  $P$  ban đầu, sau  $n$  năm số tiền đó chỉ còn giá trị

là:  $A = P \left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau một năm sẽ còn lại 92000000 đồng.
- b) Nếu tỉ lệ lạm phát là 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 86460000 đồng.
- c) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau ba năm chỉ còn lại 75 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm đó là 9,14% (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- d) Nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là 7% một năm thì sau 15 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa.

**(a)** Nếu tỉ lệ lạm phát là 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 92000000 đồng.

Giả thiết cho  $P = 100$  triệu đồng,  $r\% = 7\%$ ,  $n = 1$  năm.

$$\text{Ta có: } A = 100 \cdot 10^6 \left(1 - \frac{8}{100}\right)^1 = 92000000 \text{ đồng.}$$

Vậy sau hai năm sức mua còn lại của 100000000 là 92000000 đồng.

**Chọn ĐÚNG.**

**(b)** Nếu tỉ lệ lạm phát là 8% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 96490000 đồng.

Giả thiết cho  $P = 100$  triệu đồng,  $r\% = 7\%$ ,  $n = 2$  năm.

$$\text{Ta có: } A = 100 \cdot 10^6 \left(1 - \frac{8}{100}\right)^2 = 84640000 \text{ đồng.}$$

Vậy sau hai năm sức mua còn lại của 100000000 là 84640000 đồng.

**Chọn SAI.**

**(c)** Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau ba năm chỉ còn lại 75 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm đó là 9,14% (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Giả thiết cho  $P = 100$  triệu đồng,  $A = 75$  triệu đồng,  $n = 3$  năm.

$$\text{Ta có: } 75 = 100 \left(1 - \frac{r}{100}\right)^3 \Leftrightarrow 1 - \frac{r}{100} = \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \Leftrightarrow r \approx 9,14.$$

Vậy tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm là  $r\% \approx 9,14\%$ .

**Chọn ĐÚNG.**

**(d)** Nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là 7% một năm thì sau 15 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa.

Giả thiết cho  $P = X$  triệu đồng,  $A = \frac{X}{2}$  triệu đồng,  $r\% = 7\%$ .

$$\text{Ta có: } \frac{X}{2} = X \left(1 - \frac{7}{100}\right)^n \Leftrightarrow (0,93)^n = \frac{1}{2} \Leftrightarrow n \approx 9,55 \text{ (năm).}$$

Vậy sau khoảng 9,55 năm sức mua của số tiền còn lại là một nửa.

**Chọn SAI.**

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Lưu ý: Kết quả là một số có tối đa 4 ký tự, bao gồm cả dấu trừ (-) và dấu phẩy (,).**

Câu 1. Một doanh nghiệp tư nhân  $A$  chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe hơn đa Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ

tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

**Trả lời:** 30,5 triệu đồng

**Lời giải:**

Gọi  $x$  triệu đồng là số tiền mà doanh nghiệp  $A$  dự định giảm giá; ( $0 \leq x \leq 4$ ).

Khi đó:

Lợi nhuận thu được khi bán một chiếc xe là  $31 - x - 27 = 4 - x$ .

Số xe mà doanh nghiệp sẽ bán được trong một năm là  $600 + 200x$ .

Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm là

$$f(x) = (4 - x)(600 + 200x) = -200x^2 + 200x + 2400.$$

Xét hàm số  $f(x) = -200x^2 + 200x + 2400$  trên đoạn  $[0; 4]$

$$\text{Vậy } \max_{[0;4]} f(x) = 2450 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Vậy giá mới của chiếc xe là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là cao nhất.

Câu 2. Một lô hàng có 20 sản phẩm, trong đó 4 phế phẩm. Lấy tùy ý 6 sản phẩm từ lô hàng đó.

Hãy tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

**Trả lời:**  $\frac{637}{969} \approx 0,66$

**Lời giải**

Số phần tử không gian mẫu là  $n(\Omega) = C_{20}^6 = 38760$ .

Gọi  $A$  là biến cố: "Trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm".

$$\text{Suy ra } n(A) = C_{16}^5 \cdot C_4^1 + C_{16}^6 = 25480.$$

$$\text{Xác suất cần tìm là: } P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{25480}{38760} = \frac{637}{969}.$$

Câu 3. Cho  $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ . Tính giá trị của biểu thức  $A = \frac{3 \sin \alpha + 4 \cos \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$  ? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

**Trả lời:**  $-\frac{15}{13} \approx -1,2$

**Lời giải:**

Vì  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{3}$  nên  $\cos \alpha \neq 0$ .

$$\text{Chia cả tử và mẫu của } P \text{ cho } \cos \alpha, \text{ ta được: } A = \frac{3 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + 4}{2 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - 5} = \frac{3 \tan \alpha + 4}{2 \tan \alpha - 5} = \frac{3 \cdot \frac{1}{3} + 4}{2 \cdot \frac{1}{3} - 5} = -\frac{15}{13}.$$

Câu 4. Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = 6$ ,  $CD = 8$ . Cắt tứ diện bởi một mặt phẳng song song với  $AB$ ,  $CD$  để thiết diện thu được là một hình thoi. Tính cạnh của hình thoi đó. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

**Trả lời:**  $\frac{24}{7} \approx 3,43$

Giả sử một mặt phẳng song song với  $AB$  và  $CD$  cắt tứ diện  $ABCD$  theo một thiết diện là hình thoi

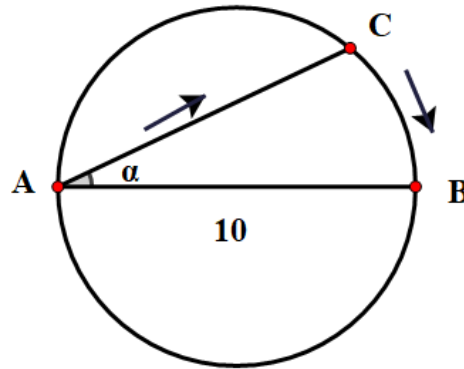
$$MNIK. \text{ Khi đó ta có: } \begin{cases} MK \parallel AB \parallel IN \\ MN \parallel CD \parallel IK \\ MK = KI \end{cases}$$

$$\text{Theo định lí Ta - lét ta có: } \begin{cases} \frac{MK}{AB} = \frac{CK}{AC} \\ \frac{KI}{CD} = \frac{AK}{AC} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{MK}{6} = \frac{AC - AK}{AC} \\ \frac{KI}{8} = \frac{AK}{AC} \end{cases}$$

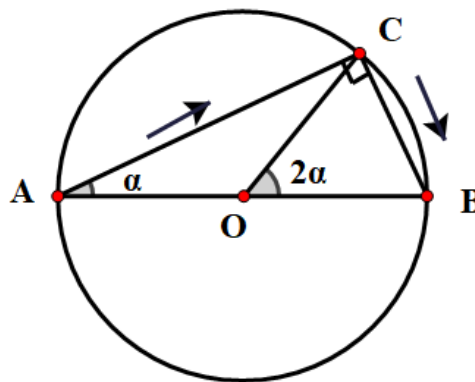
$$\Rightarrow \frac{MK}{6} = 1 - \frac{AK}{AC} \Rightarrow \frac{MK}{6} = 1 - \frac{KI}{8} \Rightarrow \frac{MK}{6} = 1 - \frac{MK}{8} \Leftrightarrow \frac{7}{24}MK = 1 \Leftrightarrow MK = \frac{24}{7}.$$

Vậy hình thoi có cạnh bằng  $\frac{24}{7}$ .

Câu 5. Tại một bể bơi có dạng hình tròn có đường kính  $AB = 10$  m, một người xuất phát từ  $A$  bơi thẳng theo dây cung  $AC$  tạo với đường kính  $AB$  một góc  $\alpha$  ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ), rồi chạy bộ theo cung nhỏ  $CB$  đến điểm  $B$ . Gọi  $S(\alpha)$  là quãng đường người đó đã di chuyển. Tính giới hạn  $\lim_{\alpha \rightarrow 0^+} S(\alpha)$ .



Lời giải



Kí hiệu  $O$  là tâm hình tròn.

Do tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$  nên  $AC = AB \cos \alpha = 10 \cos \alpha$  (m).

Ta có  $\widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} = 2\alpha$ . Suy ra độ dài cung  $CB$  là  $l = OB \cdot \widehat{BOC} = 5 \cdot 2\alpha = 10\alpha$  (m).

Quãng đường di chuyển (tính theo m) của người đó là

$$S(\alpha) = AC + l = 10 \cos \alpha + 10\alpha = 10(\alpha + \cos \alpha) \left( 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \right).$$

Do các hàm  $y = \alpha$  và  $y = \cos \alpha$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên hàm số  $y = S(\alpha)$  liên tục trên  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0^+} S(\alpha) = \lim_{\alpha \rightarrow 0^+} 10(\alpha + \cos \alpha) = 10 \left( \lim_{\alpha \rightarrow 0^+} \alpha + \lim_{\alpha \rightarrow 0^+} \cos \alpha \right) = 10(0 + 1) = 10.$$

Câu 6. Để ước tính dân số người ta sử dụng công thức  $A_N = Ae^{rN}$ , trong đó  $A$  là dân số của năm lấy làm mốc tính,  $A_N$  là dân số sau  $N$  năm,  $r$  là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng dân số Việt Nam ở các năm 2014 và 2024 lần lượt là 85,9 và 96,2 triệu người. Hỏi ở năm nào dân số nước ta sẽ vượt qua ngưỡng 126 triệu người?

**Lời giải**

**Trả lời: 2048**

Giả sử năm 2014 cách năm lấy làm mốc tính  $k$  năm.

Nên dân số năm 2014 là:  $A_k = Ae^{rk} = 85,9$  (triệu người).

$\Rightarrow$  tại năm  $(2014 + m), (m \in \mathbb{Z})$ ; dân số năm đó là:

$$A_{k+m} = Ae^{r(k+m)} = Ae^{rk} \cdot e^{rm} = 85,9 \cdot e^{rm} \text{ (triệu người)}$$

Như vậy dân số năm 2024 là  $85,9 \cdot e^{10r} = 96,2$  (triệu người).

$$\Rightarrow e^{10r} = \frac{96,2}{85,9} \Rightarrow e^r = \sqrt[10]{\frac{962}{859}}.$$

Theo bài toán,  $85,9 \cdot e^{rm} > 126 \Rightarrow m > \log_e \frac{126}{85,9} \left( \text{do } e^r > 1 \right) \Rightarrow m > 33,83 \Rightarrow m \geq 34$ .

Như vậy tại năm 2048, dân số sẽ vượt ngưỡng 120 triệu người.

### ĐÁP ÁN CHI TIẾT CÁC CÂU VẬN DỤNG MÃ 111

Câu 4. Lạm phát là sự tăng mức giá chung một cách liên tục của hàng hoá và dịch vụ theo thời gian, tức là sự mất giá trị của một loại tiền tệ nào đó. Chẳng hạn, nếu lạm phát là 5% mỗi năm thì sức mua của 1 triệu đồng sau một năm chỉ còn là 950 nghìn đồng (vì đã giảm mất 5% của 1 triệu đồng, tức là 50000 đồng). Nói chung, nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là  $r\%$  mỗi năm thì tổng số tiền  $P$  ban đầu, sau  $n$  năm số tiền đó chỉ còn giá trị

là:  $A = P \left( 1 - \frac{r}{100} \right)^n$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau một năm sẽ còn lại 93200000 đồng.

b) Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 86490000 đồng.

c) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau ba năm chỉ còn lại 80 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm đó là 9,67% (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

d) Nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là 6% một năm thì sau 12 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa.

**(a)** Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau một năm sẽ còn lại 86490000 đồng.

Giả thiết cho  $P = 100$  triệu đồng,  $r\% = 7\%$ ,  $n = 1$  năm.

$$\text{Ta có: } A = 100 \cdot 10^6 \left( 1 - \frac{7}{100} \right)^1 = 93000000 \text{ đồng.}$$

Vậy sau một năm sức mua còn lại của 100000000 là 93000000 đồng.

**Chọn SAI.**

**(b)** Nếu tỉ lệ lạm phát là 7% một năm thì sức mua của 100 triệu đồng sau hai năm sẽ còn lại 96490000 đồng.

Giả thiết cho  $P = 100$  triệu đồng,  $r\% = 7\%$ ,  $n = 2$  năm.

$$\text{Ta có: } A = 100 \cdot 10^6 \left( 1 - \frac{7}{100} \right)^2 = 86490000 \text{ đồng.}$$

Vậy sau hai năm sức mua còn lại của 100000000 là 86490000 đồng.

**Chọn ĐÚNG**

(c) Nếu sức mua của 100 triệu đồng sau ba năm chỉ còn lại 80 triệu đồng thì tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm đó là 9,67% (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Giả thiết cho  $P = 100$  triệu đồng,  $A = 80$  triệu đồng,  $n = 3$  năm.

$$\text{Ta có: } 80 = 100 \left(1 - \frac{r}{100}\right)^3 \Leftrightarrow 1 - \frac{r}{100} = \sqrt[3]{\frac{4}{5}} \Leftrightarrow r \approx 7,17.$$

Vậy tỉ lệ lạm phát trung bình của ba năm là  $r\% \approx 7,17\%$ .

**Chọn SAI.**

(d) Nếu tỉ lệ lạm phát trung bình là 6% một năm thì sau 15 năm sức mua của số tiền ban đầu chỉ còn lại một nửa.

Giả thiết cho  $P = X$  triệu đồng,  $A = \frac{X}{2}$  triệu đồng,  $r\% = 6\%$ .

$$\text{Ta có: } \frac{X}{2} = X \left(1 - \frac{6}{100}\right)^n \Leftrightarrow (0,94)^n = \frac{1}{2} \Leftrightarrow n \approx 11,2 \text{ (năm)}.$$

Vậy sau khoảng 11,2 năm sức mua của số tiền còn lại là một nửa.

**Chọn SAI.**

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Lưu ý: Kết quả là một số có tối đa 4 ký tự, bao gồm cả dấu trừ (-) và dấu phẩy (.).**

Câu 1. Một doanh nghiệp tư nhân chuyên kinh doanh xe máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược kinh doanh xe hơn đa Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 28 triệu đồng và bán ra với giá 32 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 500 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá và ước tính nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng bán ra trong một năm sẽ tăng 150 chiếc. Vậy doanh nghiệp cần định giá mới là bao nhiêu để khi thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được là cao nhất. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

**Lời giải**

**Đáp án:** 31,7

Gọi  $x$  là số tiền (triệu đồng) mà doanh nghiệp dự định giảm giá  $0 \leq x \leq 4$

Lợi nhuận thu được khi bán được một chiếc xe:  $32 - 28 - x = 4 - x$

Số xe mà doanh nghiệp bán được trong một năm:  $500 + 150x$

Lợi nhuận doanh nghiệp thu được trong một năm:

$$f(x) = (4 - x)(500 + 150x) = -150x^2 + 100x + 2000$$

Xét hàm  $f(x) = -150x^2 + 100x + 2000$  trên đoạn  $[0; 4]$

Suy ra giá mới của 1 chiếc xe là  $32 - \frac{1}{3} \approx 31,7$  triệu đồng thì lợi nhuận thu được cao nhất.

Câu 2. Một lô hàng có 25 sản phẩm, trong đó 4 phế phẩm. Lấy tùy ý 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Hãy tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

**Trả lời:**  $\frac{969}{1265} \approx 0,77$

**Lời giải**

Số phần tử không gian mẫu là  $n(\Omega) = C_{25}^6 = 177100$ .

Gọi  $A$  là biến cố: "Trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm".

Suy ra  $n(A) = C_{21}^5 \cdot C_4^1 + C_{21}^6 = 135660$ .

Xác suất cần tìm là:  $P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{135660}{177100} = \frac{969}{1265}$ .

Câu 3. Cho  $\cot \alpha = \frac{1}{3}$ . Tính giá trị của biểu thức  $A = \frac{3 \sin \alpha + 4 \cos \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$  ?

**Trả lời:** 13

**Lời giải**

Do  $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin \alpha \neq 0$ .

Chia hai vế biểu thức  $A$  cho  $\sin \alpha$ , ta có:  $A = \frac{3 + 4 \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}{2 - 5 \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{3 + 4 \cot \alpha}{2 - 5 \cot \alpha} = \frac{3 + 4 \cdot \frac{1}{3}}{2 - 5 \cdot \frac{1}{3}} = 13$

Câu 4. Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = 4$ ,  $CD = 6$ . Cắt tứ diện bởi một mặt phẳng song song với  $AB$ ,  $CD$  để thiết diện thu được là một hình thoi. Tính cạnh của hình thoi đó.

**Trả lời:**  $\frac{12}{5} = 2,4$

Giả sử một mặt phẳng song song với  $AB$  và  $CD$  cắt tứ diện  $ABCD$  theo một thiết diện là hình thoi

$MNIK$ . Khi đó ta có: 
$$\begin{cases} MK \parallel AB \parallel IN \\ MN \parallel CD \parallel IK \\ MK = KI \end{cases}$$

Theo định lí Ta – lét ta có: 
$$\begin{cases} \frac{MK}{AB} = \frac{CK}{AC} \\ \frac{KI}{CD} = \frac{AK}{AC} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{MK}{4} = \frac{AC - AK}{AC} \\ \frac{KI}{6} = \frac{AK}{AC} \end{cases}$$

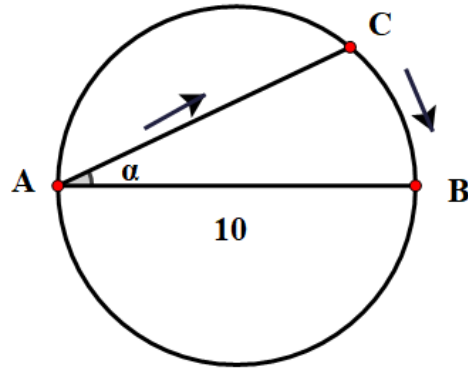
$$\Rightarrow \frac{MK}{4} = 1 - \frac{AK}{AC} \Rightarrow \frac{MK}{4} = 1 - \frac{KI}{6} \Rightarrow \frac{MK}{4} = 1 - \frac{MK}{6} \Leftrightarrow \frac{5}{12} MK = 1 \Leftrightarrow MK = \frac{12}{5}$$

Vậy hình thoi có cạnh bằng  $\frac{12}{5}$ .

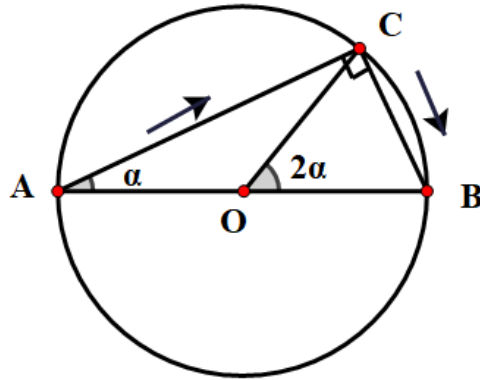
Câu 5. Tại một bể bơi có dạng hình tròn có đường kính  $AB = 10$  m, một người xuất phát từ  $A$  bơi thẳng theo dây cung  $AC$  tạo với đường kính  $AB$  một góc  $\alpha$  ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ), rồi chạy bộ theo cung nhỏ  $CB$  đến điểm  $B$ . Gọi  $S(\alpha)$  là quãng đường người đó đã di chuyển. Tính giới hạn  $\lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}} S(\alpha)$ . (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân

thứ nhất)

**Trả lời:**  $5\pi \approx 15,7$



Lời giải



Kí hiệu  $O$  là tâm hình tròn.

Do tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$  nên  $AC = AB \cos \alpha = 10 \cos \alpha$  (m).

Ta có  $\widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} = 2\alpha$ . Suy ra độ dài cung  $CB$  là  $l = OB \cdot \widehat{BOC} = 5 \cdot 2\alpha = 10\alpha$  (m).

Quãng đường di chuyển (tính theo m) của người đó là

$$S(\alpha) = AC + l = 10 \cos \alpha + 10\alpha = 10(\alpha + \cos \alpha) \left( 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \right).$$

Do các hàm  $y = \alpha$  và  $y = \cos \alpha$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên hàm số  $y = S(\alpha)$  liên tục trên  $\left( 0; \frac{\pi}{2} \right)$ .

$$\lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} S(\alpha) = \lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} 10(\alpha + \cos \alpha) = 10 \left( \lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \alpha + \lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \cos \alpha \right) = 10 \left( \frac{\pi}{2} + 0 \right) = 5\pi.$$

Câu 6. Để ước tính dân số người ta sử dụng công thức  $A_N = Ae^{rN}$ , trong đó  $A$  là dân số của năm lấy làm mốc tính,  $A_N$  là dân số sau  $N$  năm,  $r$  là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Biết rằng dân số Việt Nam ở các năm 2014 và 2024 lần lượt là 85,9 và 96,2 triệu người. Hỏi ở năm nào dân số nước ta sẽ vượt qua ngưỡng 120 triệu người?

**Trả lời: 2044**

Giả sử năm 2014 cách năm lấy làm mốc tính  $k$  năm.

Nên dân số năm 2014 là:  $A_k = Ae^{rk} = 85,9$  (triệu người).

$\Rightarrow$  tại năm  $(2014 + m)$ ,  $(m \in \mathbb{Z})$ ; dân số năm đó là:

$$A_{k+m} = Ae^{r(k+m)} = Ae^{rk} \cdot e^{rm} = 85,9 \cdot e^{rm} \text{ (triệu người)}$$

Như vậy dân số năm 2024 là  $85,9 \cdot e^{10r} = 96,2$  (triệu người).

$$\Rightarrow e^{10r} = \frac{96,2}{85,9} \Rightarrow e^r = \sqrt[10]{\frac{962}{859}}.$$

Theo bài toán,  $85,9 \cdot e^{7m} > 120 \Rightarrow m > \log_{e^7} \frac{120}{85,9}$  (do  $e^7 > 1$ )  $\Rightarrow m > 29,52 \Rightarrow m \geq 30$ .

Như vậy tại năm 2044, dân số sẽ vượt ngưỡng 120 triệu người.

---Hết---